

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA  
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI  
**CORSO DI LAUREA IN FISICA**

**FOTOMETRIA DIFFERENZIALE DELLA STELLA GSC 03413-00005  
DURANTE UN TRANSITO DEL PIANETA EXTRASOLARE XO-2b**

Relazione per la laurea di  
Fabio Zucconi

Relatore  
Pietro Galinetto  
Dipartimento di Fisica "Alessandro Volta"

Anno Accademico 2007/08

## INDICE

<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>Fotometria</b>	<b>5</b>
<i>Flusso luminoso</i>	5
<i>Intensità luminosa</i>	7
<i>Luminanza</i>	8
<i>Illuminamento</i>	8
<i>Massa d'aria</i>	9
<b>Strumentazione</b>	<b>10</b>
<b>Transito</b>	<b>12</b>
<b>Modello fisico</b>	<b>14</b>
<b>Problematiche ottiche</b>	<b>16</b>
<i>Diffrazione del telescopio</i>	16
<i>Rifrazione dell'atmosfera</i>	16
<i>Scintillazione atmosferica</i>	20
<i>Estinzione atmosferica</i>	26
<i>Fotometria differenziale</i>	28
<i>Diffusione della luce</i>	29
<b>Fonti di rumore di natura non ottica</b>	<b>32</b>
<i>Rumore di lettura, bias frame</i>	32
<i>Dark frame</i>	32
<i>Flat field frame</i>	34
<i>Calibrazione delle immagini</i>	35
<i>Funzione di trasferimento</i>	36
<b>Misurazione dell'illuminamento delle stelle</b>	<b>38</b>
<b>Curva di luce sperimentale</b>	<b>41</b>
<b>Conclusioni</b>	<b>44</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>45</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>46</b>

## INTRODUZIONE

Nel corso della storia in campo astronomico ci sono state delle scoperte che hanno letteralmente sconvolto la visione dell'uomo rispetto al mondo e a tutta la realtà che lo circonda. Si può pensare soprattutto al passaggio da sistema tolemaico a sistema eliocentrico, in cui si è abbandonata l'idea di Terra immobile al centro dell'universo sostenendo che questa giri intorno al Sole e al fatto che i personaggi che proposero questo nuovo modello abbiano addirittura rischiato la vita a causa del pensiero di quell'epoca. Un altro fondamentale passo avanti fu sicuramente fatto da Isaac Newton con la legge di gravitazione universale, che ebbe il grande merito di riassumere la dinamica su una vastissima gamma di scale spaziali con un'unica semplice formula. Più recentemente gli esperimenti di Hubble da una parte, di Penzias e Wilson dall'altra e l'impianto formale della relatività generale di Einstein hanno di nuovo sconvolto la nostra visione sull'universo, facendo ipotesi sulla sua origine, su situazioni decisamente esotiche come i buchi neri e sull'evoluzione a larga scala dell'universo, arrivando a conclusioni che vanno persino al di là della nostra umana comprensione.

Ogni nuova scoperta porta con sé nuove conoscenze e dà luce a nuovi interrogativi, così viene da pensare che, alla luce delle prove che le stelle non sono altro che corpi come il nostro Sole, sia nato o perlomeno si sia alimentato l'interrogativo sulla presenza di vita extraterrestre, sicuramente una delle domande più affascinanti e misteriose che l'uomo si possa porre. Arrivare alla risposta, ammesso che sia possibile, può non essere facile, potrebbe richiedere moltissimo tempo ancora all'umanità e sicuramente esula dagli scopi di questa tesi. L'esistenza di vita extraterrestre però ha come condizione necessaria l'esistenza di altri corpi celesti simili alla nostra Terra in grado di ospitarla, e il fatto che ci siano numerosissime repliche del nostro Sole sparse per l'universo ci porta a pensare a una possibilità che ci siano anche altri pianeti orbitanti attorno a queste stelle lontane. Nel 1995 finalmente si è avuta la conferma di questa ipotesi e al giorno d'oggi si conosce l'esistenza di oltre 300 pianeti di questo tipo, chiamati, con evidente significato del termine, pianeti extrasolari.

Scoprire un pianeta extrasolare non ci porterà (almeno con la tecnologia attuale) a capire se questo sia effettivamente sede di forme di vita, comunque sia un'ipotetica comunicazione con una civiltà posta a una distanza di qualche centinaio o migliaio di anni luce sarebbe quantomeno scomoda, perciò dobbiamo subito smorzare il carattere fantascientifico di questo nuovo ramo dell'astronomia. La cosa importante è che la scoperta di altri sistemi stellari ci farà capire meglio com'è fatta la nostra galassia, potremmo scoprire se la nostra situazione è fortuita o abbastanza comune, potremmo fare una statistica sulle caratteristiche dei pianeti della galassia. Inevitabilmente con il progredire della tecnologia e delle scoperte, senza avere la presunzione di dare una risposta alla domanda menzionata in precedenza, aggiungeremo dei mattoni importanti per far luce sulla situazione.

Lo scopo della tesi riguarda l'analisi in generale delle problematiche che si incontrano nell'osservazione e nella fotometria attraverso il telescopio e il CCD di stelle su cui transitano pianeti extrasolari, in particolare verrà trattato sperimentalmente il caso della stella GSC 03413-00005 nella costellazione della lince, distante circa 500 anni luce da noi, attorno alla quale il 2 marzo 2007 è stata ufficializzata la scoperta di un pianeta extrasolare individuato dal team XO<sup>[1]</sup>. La stella è stata soprannominata quindi XO-2, essendo il secondo successo del team, mentre il pianeta orbitante attorno ad essa XO-2b.

La prima parte della tesi è dedicata alle grandezze fotometriche utili per tutto il lavoro. In seguito verrà dato spazio alla descrizione della strumentazione utilizzata per la fotometria, al fenomeno del transito di pianeti extrasolari dal punto di vista probabilistico prendendo come esempio il nostro sistema solare e a cosa dovremmo aspettarci di vedere nel caso ideale di un modello fisico in assenza di atmosfera e di altre fonti di disturbo. La parte centrale della tesi sarà rivolta all'analisi delle problematiche ottiche, soprattutto riguardanti la nostra atmosfera, e delle problematiche relative all'elettronica del CCD che ci impediscono di ottenere il risultato predetto dal modello. Infine verrà ripetuta la procedura che ha portato alla scoperta di XO-2b, ovvero verrà realizzata una curva di luce della stella nel momento del transito del pianeta extrasolare, derivando dalla curva alcune caratteristiche del pianeta come il suo raggio, il semiasse maggiore e il periodo della sua orbita. Tutte le riprese di cui si farà cenno sono state svolte nell'Osservatorio Astronomico Lodigiano dal sottoscritto con l'aiuto di altri membri del GAM42.

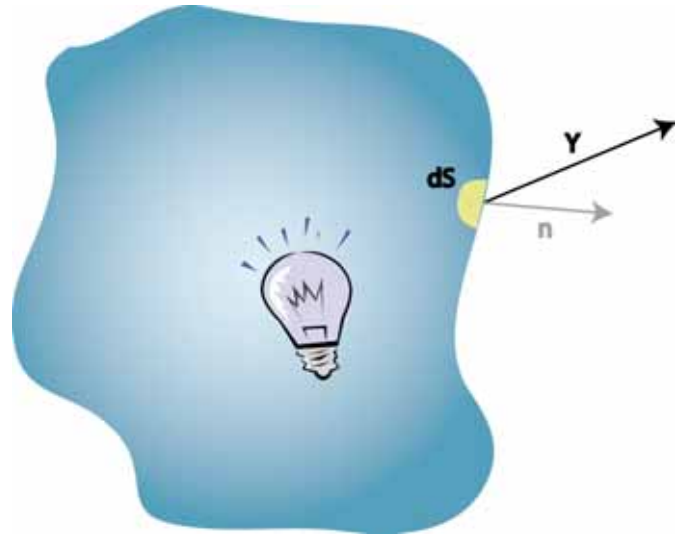
## FOTOMETRIA

Dato che il risultato finale sarà sostanzialmente una curva di luce di una stella, è importante fare chiarezza sulle grandezze tipiche della fotometria e che potranno essere utili per questo lavoro.

### FLUSSO LUMINOSO

Si immagini una sorgente di onde elettromagnetiche e si calcoli il flusso del vettore di Poynting su una qualsiasi superficie chiusa che racchiuda la sorgente stessa. In questo modo otteniamo la quantità di energia trasportata dalle onde elettromagnetiche attraverso la superficie nell'unità di tempo, ovvero la potenza emessa dalla sorgente.

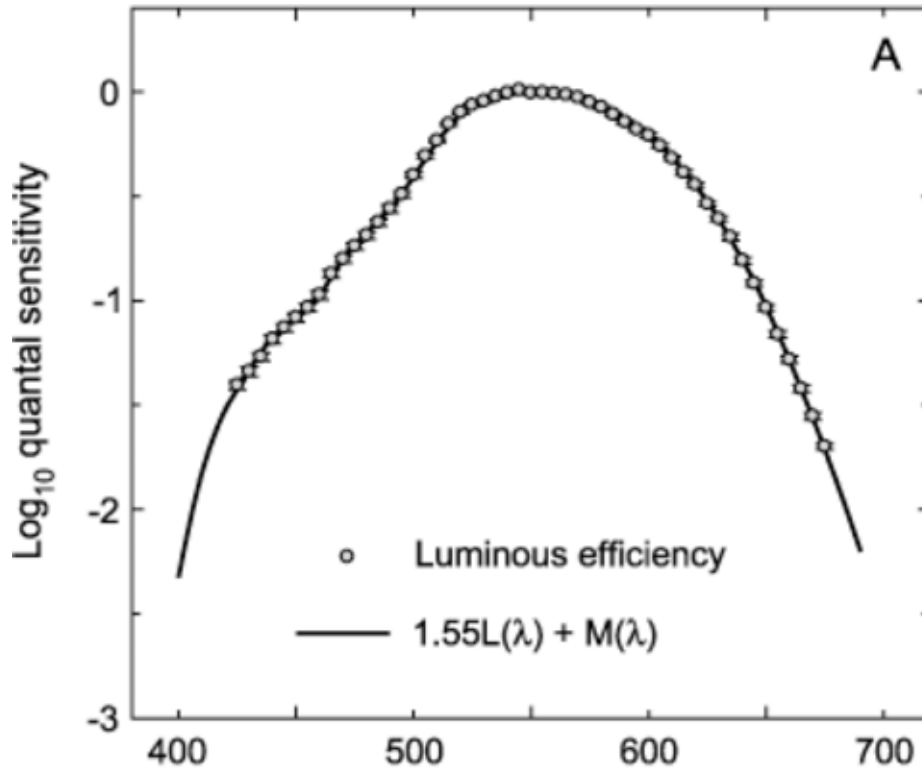
$$P = \oint_S \vec{Y} \cdot \vec{n} \cdot dS$$



Questo risultato però non prende in considerazione esplicitamente la dipendenza dalla frequenza. La quantità più utile al nostro scopo quindi al posto dell'energia totale è la distribuzione della densità di energia in funzione della frequenza

$$U = \int_0^{\infty} \rho(\nu) d\nu$$

Prendiamo ora in considerazione la curva di sensibilità dell'occhio umano,  $a(\nu)$ , in unità arbitrarie. Moltiplicando le due grandezze e integrando nella frequenza otteniamo un numero che, sempre in unità arbitrarie, ci traduce la quantità di luce visibile con l'occhio umano, quantità sicuramente basilare nella fotometria, che chiamiamo **flusso luminoso**. Bisogna però fare subito una precisazione: la curva di sensibilità dell'occhio in generale può leggermente variare da individuo a individuo e, fenomeno ancora più importante, dipende molto dalle condizioni ambientali. Ad esempio in condizioni di buona illuminazione (visione fotopica) la si può tradurre (mediamente) come una gaussiana con massimo a 545 nm, mentre in condizioni di scarsa luce (visione scotopica) il picco scende a 507 nm, queste differenze sono dovute alla diversa sensibilità dei coni e dei bastoncelli. Come risolvere allora il problema di trovare una quantità, il flusso luminoso appunto, utile alla fotometria? Semplicemente si sceglie una curva di sensibilità standard che rappresenti il funzionamento di un occhio medio nella condizione fotopica e si tiene conto di quella a livello internazionale. L'ultima scelta del campione standard è stata fatta nel 2005<sup>[2]</sup>.



*Sintesi dell'esperimento di Sharpe, Stockman, Jagla e Jagle sulla sensibilità dell'occhio umano in regime fotopico. Dati basati su un campione di 40 persone di diverso sesso e genotipo, con età compresa tra 18 e 48 anni. Fit dei dati sperimentali con le funzioni di Sharpe e Stockman<sup>[2]</sup>*

Rimane ora un'ultima questione: quella di attribuire un'unità di misura alla grandezza flusso luminoso. Questa unità è il **lumen** (lm), definito convenzionalmente attribuendo a una sorgente di 1 W alla lunghezza d'onda di 540 nm, un valore di flusso luminoso pari a 683 lm

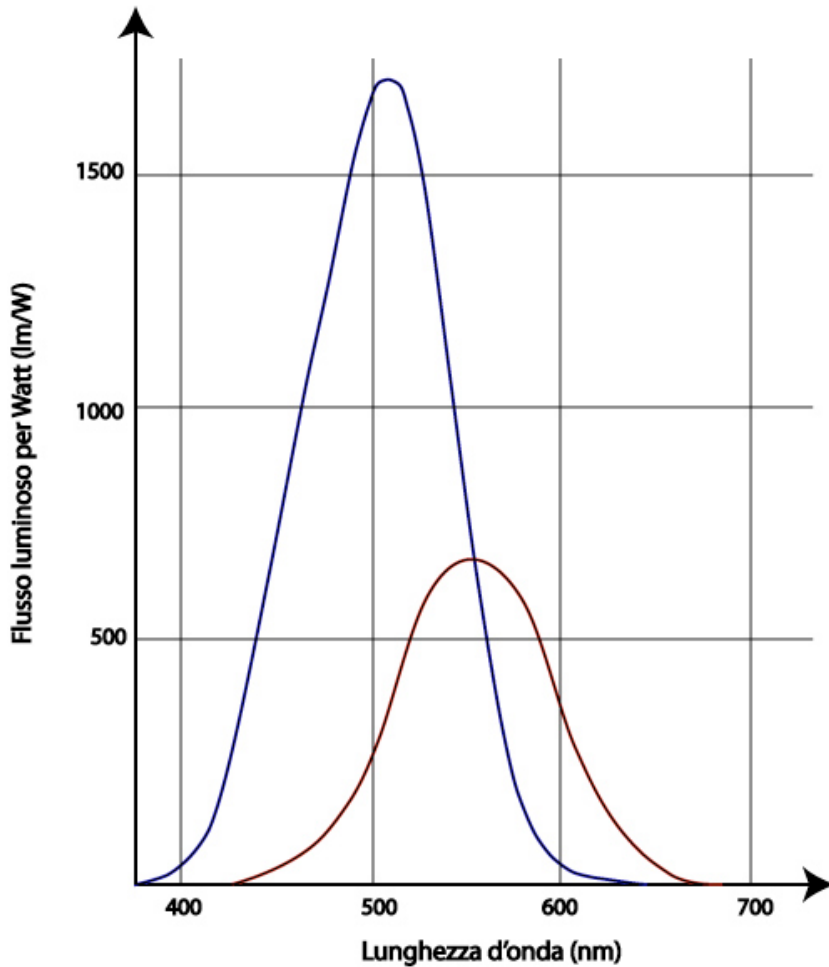


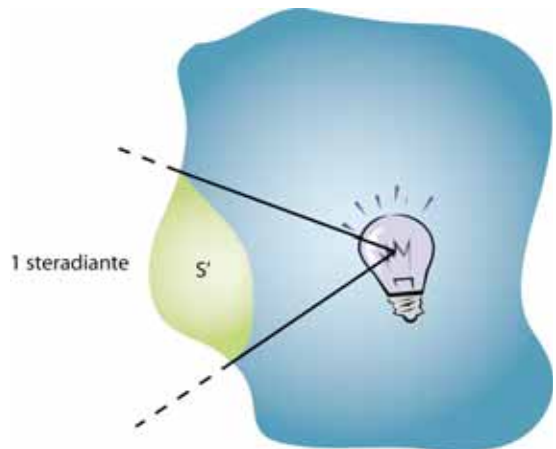
Grafico della differenza di sensibilità dell'occhio umano tra il regime fotopico (curva rossa) e quello scotopico (curva blu). Nel grafico è riportato il flusso luminoso prodotto da una sorgente ideale monocromatica da 1 W di potenza. Le curve sono schematizzate con gaussiane, la prima centrata su 545 nm e la seconda su 507 nm, è evidente come nella condizione scotopica l'occhio abbia una sensibilità più spostata verso il blu e come raggiunga un picco di sensibilità quasi triplo rispetto a quello del regime fotopico.

## INTENSITÀ LUMINOSA

Pensiamo sempre alla sorgente luminosa citata prima. Al posto di considerare il flusso luminoso totale, concentriamoci su una particolare direzione e calcoliamo il flusso luminoso per unità di angolo solido. Abbiamo così definito una nuova grandezza della fotometria, l'intensità luminosa.

Spesso si ha a che fare con sorgenti che emettono radiazione elettromagnetica in modo isotropo (come nel nostro caso in cui le sorgenti che studieremo saranno stelle). In questa condizione l'intensità luminosa non dipende dalla particolare direzione considerata ed è quindi una costante caratteristica della sorgente. Possiamo ora definire l'unità di misura dell'intensità luminosa, la candela (cd) che si definisce come l'intensità di una sorgente isotropa con flusso luminoso pari a  $4\pi$  lm (essendo  $4\pi$  l'angolo solido totale).

In realtà nel Sistema Internazionale l'unità fondamentale è la candela e non il lumen come



sembrerebbe da questa trattazione, ma la cosa ha poca importanza dato che è chiaro il legame tra queste due grandezze.

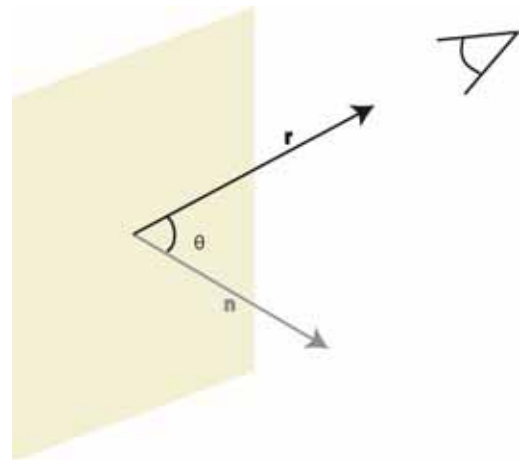
### LUMINANZA

Finora non si è posto il problema della forma della sorgente luminosa né della sua estensione. Consideriamo allora una sorgente piana di area  $A$  e sia  $n$  il versore normale alla superficie e che indichi la direzione in cui emette la sorgente. Si definisce luminanza in un punto dello spazio l'intensità luminosa in tale punto per unità di superficie della sorgente.

La luminanza si esprime quindi in  $\text{cd/m}^2$ , unità comunemente chiamata nit (nt)

$$\text{Luminanza} = \frac{\partial I}{\partial A} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial A \partial \Omega \cos \vartheta}$$

dove  $L$  è la luminanza,  $\Phi$  è il flusso luminoso,  $A$  la superficie della sorgente luminosa,  $\Omega$  l'angolo solido e  $\theta$  l'angolo tra i due vettori mostrati in figura, ovvero l'inclinazione della visuale rispetto alla perpendicolare alla superficie



Luminanza di comuni sorgenti (nit) <sup>[3]</sup>

Sole	$2 \cdot 10^9$
Filamento incandescente a 2700 °C	$1 \cdot 10^7$
Carta bianca alla luce solare	$2 \cdot 10^4$
Lampada fluorescente	$6 \cdot 10^3$
Candela	$5 \cdot 10^3$
Luna	$3 \cdot 10^3$
Carta bianca in luce lunare	$3 \cdot 10^{-2}$

Livelli fisiologici per la pupilla (nit) <sup>[3]</sup>

Soglia minima	$10^{-6}$
Soglia dei coni	$10^{-3}$
Saturazione bastoncelli	$10^2$
Possibile danneggiamento	$10^8$

### ILLUMINAMENTO

Concentriamoci ora sulla ricezione del flusso luminoso, poniamo quindi in un ambiente illuminato in qualche modo uno schermo. La grandezza illuminamento ( $L$ ) traduce la quantità di flusso luminoso che incide sullo schermo per unità di superficie (dello schermo). Si misura in  $\text{lm/m}^2$ , unità comunemente definita lux.

Cielo sereno a mezzogiorno	$10^5$
Cielo nuvoloso a mezzogiorno	$10^3$
Cielo sereno notturno con luna piena	$10^{-1}$
Cielo sereno notturno senza luna	$10^{-3}$

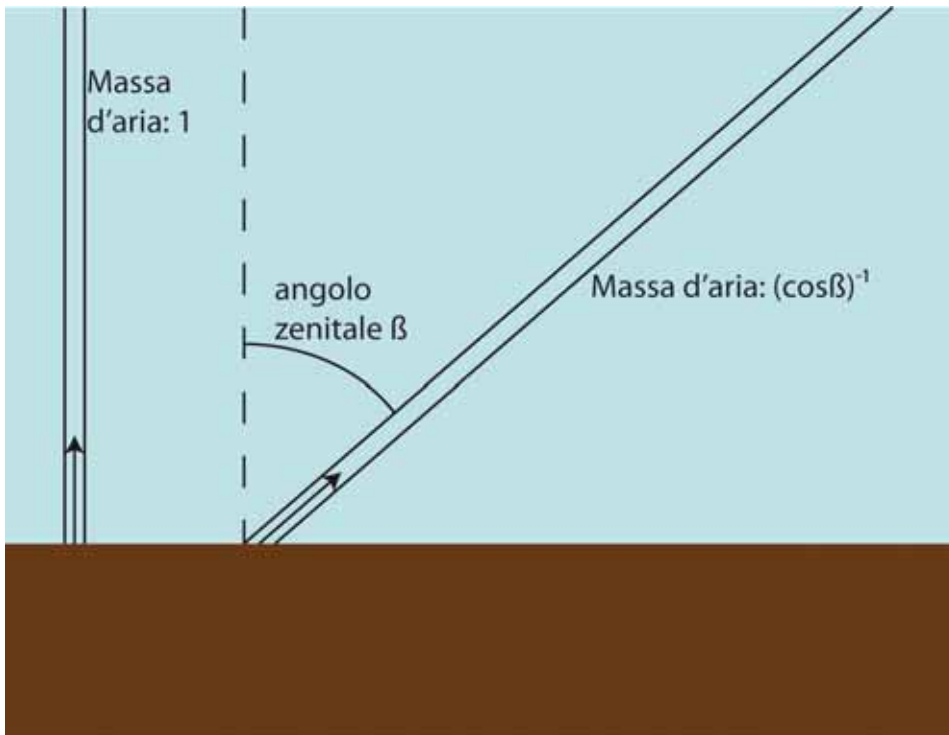
Nel nostro caso di sorgenti puntiformi, possiamo semplificare la questione in questo modo

$L = \frac{\Phi}{A} = \frac{I \cdot \Omega}{A} = \frac{I \cdot A}{A \cdot r^2} = \frac{I}{r^2}$  dove questa volta A è la superficie del rivelatore (schermo) e r la sua distanza dalla sorgente

L'illuminamento è la quantità fondamentale per questo lavoro dato che misureremo la quantità di flusso che entra nel tubo del telescopio che ovviamente è a sezione fissa.

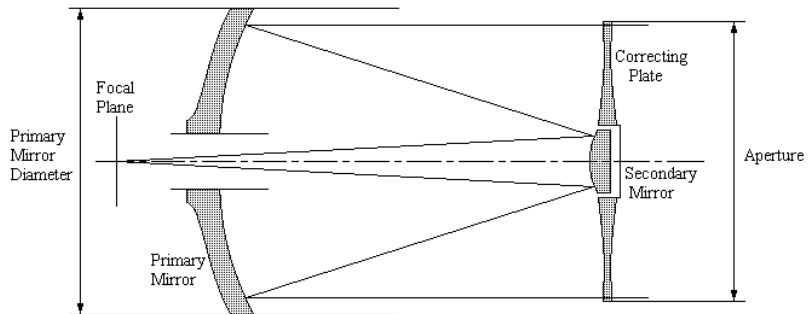
### MASSA D'ARIA

La massa d'aria (MA) è una grandezza adimensionale ed è definita come il rapporto tra la massa d'aria intercettata dal cono visivo del telescopio a un certo angolo zenitale e quella intercettata allo zenit.



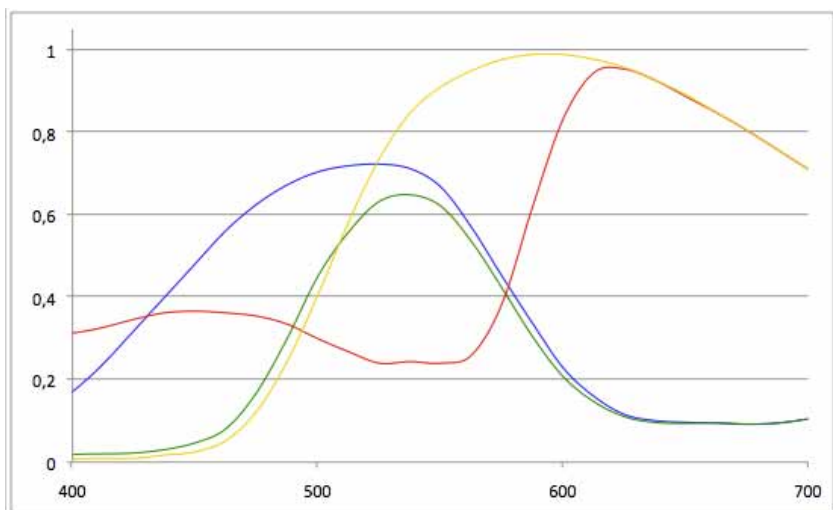
## STRUMENTAZIONE

Le riprese a XO-2 sono fatte con un telescopio Schmidt-Cassegrain da 30 cm di diametro e dalla lunghezza focale di 3 m.

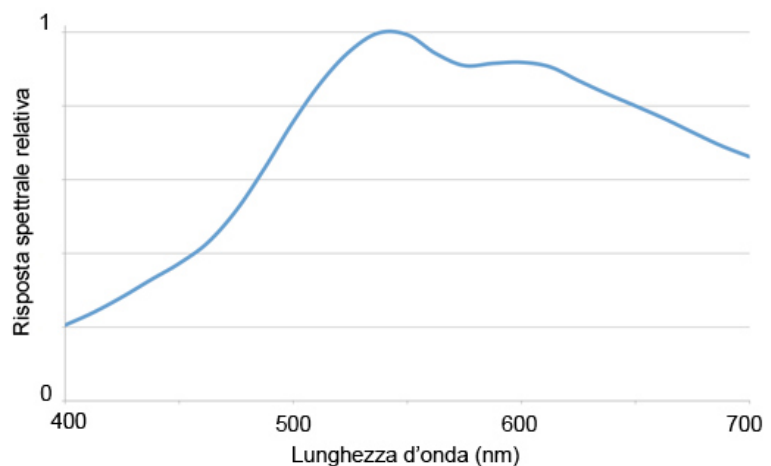


Al fuoco del telescopio, il rivelatore è un sensore CCD (Sony ICX249AK) con area 7.95 mm x 6.45 mm, matrice di 752 x 582 capacitori MOS fotosensibili. Questo modello di CCD è studiato per dare immagini a colori, il meccanismo consiste nel suddividere la matrice del CCD in gruppi da 2x2 elementi. Per ognuno dei quattro elementi del gruppo si applica frontalmente un piccolo filtro con una definita banda passante, diversa nei quattro casi in modo da coprire tutto lo spettro visibile (ovviamente considerando, oltre alla banda passante dei filtri, la curva di sensibilità del semiconduttore al silicio). In fase di decodificazione si assegnerà a ciascun gruppo una terna di valori corrispondenti ai 3 colori classici RGB e un processo di interpolazione tra i diversi gruppi restituirà un'immagine con 752 x 582 pixel, ognuno con la terna di valori RGB.

L'utilizzo del dispositivo CCD per questa tesi sarà rivolto alla fotometria della stella XO-2, a questo scopo abbiamo bisogno che ogni elemento della matrice del CCD abbia un comportamento



*Risposta spettrale del CCD nelle quattro diverse tipologie di elementi, in ascissa c'è la lunghezza d'onda in nm e in ordinata la risposta relativa*

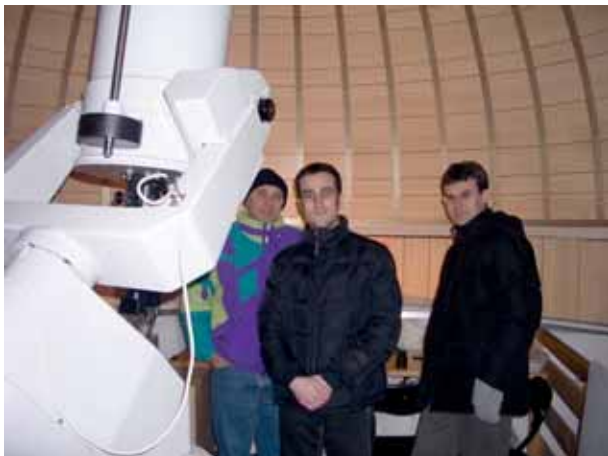


*Risposta spettrale del CCD in modalità binning 2x2*

il più possibile lineare tra il segnale in ingresso da misurare (illuminamento) e il segnale in uscita (carica elettrica accumulata), perciò sia il processo di interpolazione che l'algoritmo per ricavare i colori RGB poco si addicono a questo lavoro, rendendo il segnale di uscita di ogni elemento dipendente non solo dal proprio segnale in ingresso, ma anche da quello di altri elementi. Useremo il sensore CCD in un'altra modalità, cosiddetta binning 2x2 monocromatica. In questa modalità si prendono sempre in considerazione i gruppi di 2x2 elementi citati prima, ma al posto di processare i segnali separatamente per ottenere le informazioni colore per 4 pixel dell'immagine, i segnali vengono sommati e il loro valore viene trasformato in segnale di uscita per un unico pixel dell'immagine. In questo modo l'immagine finale sarà fatta da 376 x 291 pixel, il 25% del totale disponibile e per giunta senza nessuna informazione sul colore, ma con il grosso vantaggio di esserci liberati di tutti i processi non lineari citati prima.

Il CCD applicato al telescopio da 3 m di focale nella modalità specificata produrrà immagini con un campo angolare di 7' e 3" di larghezza e 5' e 26" di altezza, mentre ogni pixel avrà una risoluzione angolare di 1,12".

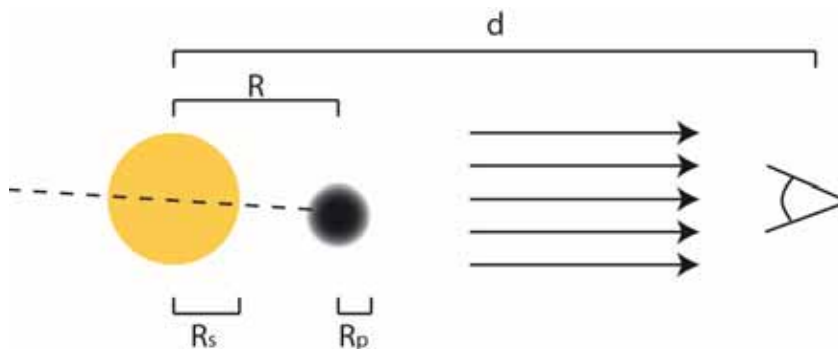
Abbiamo visto come l'occhio abbia una sua particolare curva di risposta spettrale e come le unità delle grandezze fotometriche siano definite sulla base di questa curva. Il CCD è fatto per avere una risposta spettrale il più possibile prossima a quella dell'occhio umano, ma comunque differente. In generale quindi non sarebbe consentita la misurazione di grandezze fotometriche con il nostro strumento. Nel caso studiato in questa tesi però le variazioni di segnale che andremo a misurare sono generate da ostacoli geometrici che hanno lo stesso effetto su ogni frequenza, perciò chiameremo la grandezza che stiamo misurando lecitamente "illuminamento".



*Il gruppo di Mairago che ha ripreso il transito di XO-2b il 6 febbraio 2008, da sinistra Tiziano Ceccoli, Fabio Zucconi, Gianluca Manenti. A destra, una foto in primo piano del telescopio Schmidt-Cassegrain utilizzato per realizzare la curva di luce*

## TRANSITO

Dei 307 pianeti extrasolari finora scoperti, solo 52 sono stati scoperti con il metodo del transito<sup>[4]</sup>. Questo ovviamente perché un pianeta deve avere un'orbita particolare tale da creare un preciso allineamento tra stella, pianeta e osservatore per permettere l'osservazione di un transito. Cerchiamo quindi di valutare la probabilità che un pianeta extrasolare abbia un'orbita adatta al fenomeno.



Seguendo lo schema nel disegno, si può ragionevolmente supporre che la distanza osservatore – stella  $d$  sia molto maggiore della distanza pianeta – stella  $R$  e a sua volta che questa sia molto maggiore del raggio della stella  $R_s$ . Un'altra approssimazione utile è quella dell'orbita circolare. Il cono della visuale (nell'immagine a lato) si può quindi, nel tratto di interesse ovvero all'interno di una sfera di raggio  $R$ , approssimare a un cilindro di sezione  $\pi R_s^2$ . Il pianeta che stiamo considerando potrà in prospettiva transitare sul disco della propria stella solo se la sua orbita gli consentirà di entrare nel cono di visuale, la probabilità che questo accada è pari a  $R_s/R^2$ . Essendo  $R \gg R_s$ , la probabilità è quindi molto bassa e



decrece con l'aumentare della distanza del pianeta dalla sua stella. Possiamo per dare un'idea considerare la probabilità che un ipotetico osservatore posto molto all'esterno del sistema solare sia effettivamente spettatore di un transito di uno dei nostri pianeti sul Sole.

	probabilità
<b>Mercurio</b>	$1.44 \cdot 10^{-4}$
<b>Venere</b>	$4.12 \cdot 10^{-5}$
<b>Terra</b>	$2.15 \cdot 10^{-5}$
<b>Marte</b>	$8.80 \cdot 10^{-6}$
<b>Giove</b>	$7.93 \cdot 10^{-7}$
<b>Saturno</b>	$2.37 \cdot 10^{-7}$
<b>Urano</b>	$5.85 \cdot 10^{-8}$
<b>Nettuno</b>	$2.38 \cdot 10^{-8}$

Nella tabella è riportata la probabilità di transito per ogni singolo pianeta, avendo combinato la probabilità che l'orbita consenta l'osservazione e la probabilità che all'istante  $t$  il transito si stia effettivamente verificando. Sommandole tutte

osserviamo che questo ipotetico osservatore ha una probabilità di  $2.16 \cdot 10^{-4}$  di osservarne uno.

Supponiamo ora che l'osservatore si trovi in una posizione favorevole prospetticamente e calcoliamo quale dovrebbe essere la durata di un transito. Per fare questo dobbiamo considerare il tempo che il pianeta trascorre all'interno del cono della visuale ( $t$ ) rispetto al periodo orbitale ( $T$ ), ma con l'approssimazione usata questo equivale al rapporto tra la lunghezza del tratto dell'orbita interno al cono e la circonferenza dell'orbita. La prima dipende fortemente dalle condizioni geometriche del transito, ovvero l'osservatore può nella migliore

delle ipotesi osservare il pianeta attraversare la stella lungo il diametro (massimo possibile di  $t$ ) e nella peggiore delle ipotesi il transito può avvenire solo tangenzialmente, rendendosi praticamente invisibile (con  $t = 0$ ).

	t (ore)
<b>Mercurio</b>	5.01
<b>Venere</b>	6.81
<b>Terra</b>	8.03
<b>Marte</b>	9.68
<b>Giove</b>	18.4
<b>Saturno</b>	24.9
<b>Urano</b>	35.3
<b>Nettuno</b>	44.1

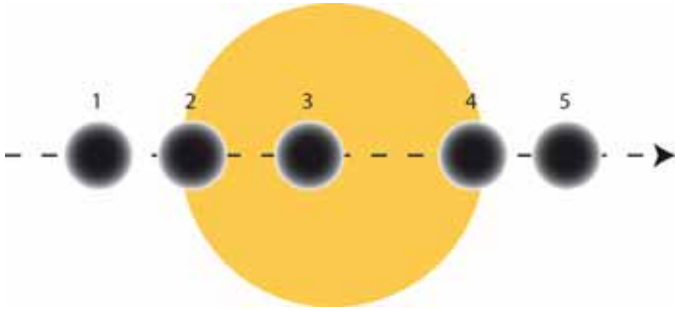
Come prima, per avere un'idea precisa calcoliamo questo valore mediato sulle condizioni geometriche per i pianeti del nostro sistema solare. Si nota che all'aumentare della distanza dal Sole aumenta la durata del transito, il motivo è nella dipendenza del periodo orbitale dal raggio dell'orbita, espresso dalle leggi di Keplero. Con questi nuovi dati possiamo renderci conto di una cosa importante, ovvero la maggior parte dei transiti dura molte ore, creando una situazione di flusso ricevuto dalla stella abbassato ma costante per molto tempo. E' probabile quindi osservare una stella durante un transito senza accorgersi di nulla di particolare...

Finora non abbiamo considerato in alcun modo la dimensione del pianeta, infatti nell'analogia con il nostro sistema solare abbiamo dato pari peso a pianeti giganti gassosi e a quelli più piccoli, ma questa quantità è fondamentale nelle osservazioni di transiti. Il rapporto  $R_P^2/R_S^2$  determina la frazione di flusso mancante della stella nel momento in cui il pianeta di raggio  $R_P$  sta transitando, ma se questa quantità è troppo piccola e rientra nell'errore statistico della nostra misurazione fotometrica alla stella, non saremo in grado di compiere l'osservazione. Questo aspetto centrale della tesi sarà trattato meglio più avanti, per ora basta dire che l'ipotetico osservatore esterno già citato prima, dotato della stessa nostra tecnologia attuale, guardando al Sole sarebbe in grado di osservare transiti solo dei due pianeti più grossi ovvero Giove e Saturno.

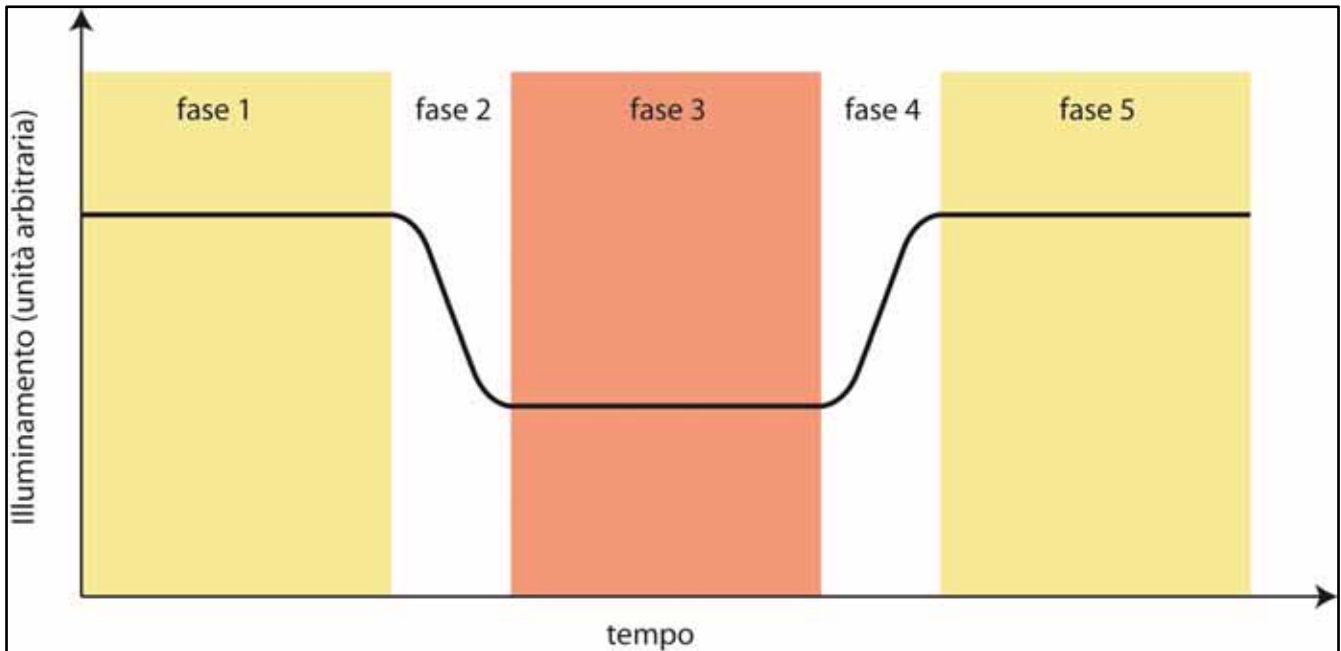
Per concludere abbiamo visto come in generale sia molto improbabile l'osservazione di un transito di un pianeta extrasolare. Ciò nonostante le situazioni più favorevoli sono quelle di pianeti molto vicini alla propria stella e molto grandi, della taglia dei nostri giganti gassosi. Situazioni simili possono verificarsi più spesso in sistemi stellari giovani, dove i pianeti più interni appena nati non siano ancora stati privati in maniera significativa della loro componente gassosa ad opera del vento stellare.

## MODELLO FISICO

Consideriamo un modello fisico in cui tra l'osservatore e la stella ci sia il vuoto assoluto e in cui il nostro sensore CCD abbia una perfetta linearità e sia del tutto privo di incertezza. Eseguendo la curva di luce a XO-2 durante un transito, ci dovremo aspettare un grafico ideale di questo tipo



*In questa immagine sono rappresentate diverse posizioni del pianeta (visto in prospettiva davanti alla sua stella) che riguardano le cinque fasi principali di un transito*



Come mostrato nelle due figure, la fase uno corrisponde al pianeta non ancora in transito. In questa fase l'illuminamento della stella è costante al suo valore standard. La fase due consiste nell'ingresso del pianeta sul disco stellare con conseguente calo del flusso, nella fase tre il pianeta è interamente sul disco della stella quindi il grafico per tutto questo periodo è costante al suo valore minimo. La fase quattro è l'uscita del pianeta, quindi l'aspetto della curva di luce deve rispecchiare quello della fase due, mentre nella fase cinque il transito è terminato e la stella ha ripreso il suo flusso standard. Nell'ingresso e nell'uscita del pianeta la curva teorica è smussata di una quantità che varia caso per caso a seconda delle condizioni

del transito e della composizione del pianeta, la cosa però non è importante ai fini di questa tesi.

Come già accennato, la quantità fondamentale sarà la differenza tra i due livelli costanti nella curva. Infatti l'illuminamento della stella nelle fasi 1 e 5 sarà proporzionale a  $R_S^2$ , mentre nella fase 3 sarà proporzionale a  $R_S^2 - R_P^2$ . Il rapporto tra il calo di illuminamento e l'illuminamento fuori transito è quindi proporzionale a  $R_P^2/R_S^2$  e, conoscendo le dimensioni della stella per altre vie, ci permette di stimare il raggio del pianeta in modo indiretto.

Riuscendo a riprendere due transiti consecutivi possiamo stimare dalla curva di luce il periodo di rivoluzione del pianeta e, cosa ancora più importante, conoscendo la massa della stella possiamo stimare il raggio dell'orbita del pianeta. Infatti dalla legge di Newton per pianeti a orbita circolare:

$$\frac{GM}{R} = v^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \quad R^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

Ora la nostra approssimazione di pianeti a orbita circolare non è assolutamente necessaria, infatti nel caso di orbite ellittiche la quantità calcolata con la formula è effettivamente il semiasse maggiore dell'orbita che è proprio il parametro che meglio descrive la distanza media del pianeta dalla sua stella.

Infine un accenno su una tecnica che non sarà trattata sperimentalmente in questa tesi: attraverso l'analisi spettrale, in particolare dagli spettri della stella fuori dal transito e della stella durante il transito, è possibile ricostruire lo spettro di assorbimento dell'atmosfera del pianeta e ricavare quindi la sua composizione, oltre che risalire alla quantità stessa di atmosfera.

Con tutti questi dati si può avere un quadro abbastanza ben dettagliato sulle caratteristiche del pianeta che ci può portare a fare ipotesi, ad esempio, sulla temperatura e sull'abitabilità.

## PROBLEMATICHE OTTICHE

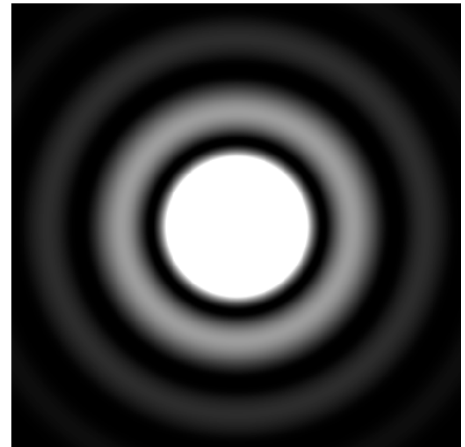
### DIFFRAZIONE DEL TELESCOPIO

XO-2 è una stella distante circa 500 anni luce e ha un diametro di circa 1340 mila km, ciò significa che dal nostro punto di vista, secondo il modello fisico la stella avrebbe una dimensione angolare di circa 58 microsecondi d'arco. Considerando quanto detto sopra riguardo al sensore CCD, cioè che ha una risoluzione di circa un secondo d'arco, la stella starebbe tutta all'interno di un solo pixel creando molti problemi per quanto riguarda l'errore fotometrico. In realtà molti processi intervengono e disperdono il segnale in una regione più ampia, primo tra tutti il fenomeno della diffrazione del nostro stesso telescopio.

A causa della diffrazione il fronte d'onda incidente sullo specchio del telescopio in arrivo dalla stella verrà focalizzato in un disco di Airy, tipica figura di diffrazione da fenditura circolare. Se semplifichiamo la situazione facendo finta che la stella corrisponda al primo cerchio luminoso centrale e trascuriamo tutti gli anelli esterni (prendendo come raggio quello del primo minimo della figura di diffrazione che contiene circa l'84% della potenza totale) questa ha un raggio sul piano focale di

$$r = 1.22 \frac{\lambda \cdot f}{d} = 6.1 \mu m \quad \text{in cui } \lambda \text{ è la}$$

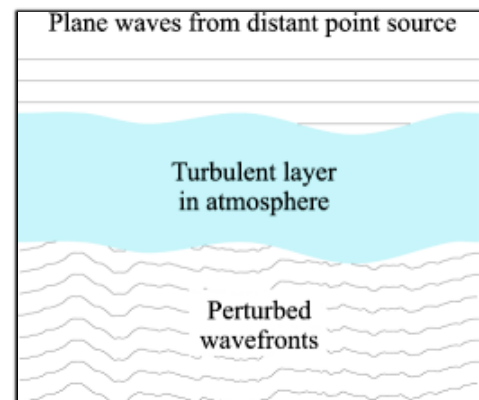
lunghezza d'onda (considerata una media di 500 nm), f è la focale del telescopio e d il diametro dello specchio principale. La stella al fuoco ha quindi un diametro di circa 12.2 micrometri, mentre un pixel ha un lato di 17.2 micrometri. Considerando solo l'aspetto della diffrazione le dimensioni lineari della stella al fuoco sono diventate circa 14000 volte più alte, ma restano più piccole di quelle di un pixel.



### RIFRAZIONE DELL'ATMOSFERA

Nella realtà le cose vanno molto diversamente, basta un'immagine qualunque ripresa dalla nostra strumentazione per capire che nessuna stella resta confinata in un singolo pixel. Questo perché non abbiamo ancora considerato la principale fonte di disturbo che affligge il nostro processo di misurazione, che è l'atmosfera terrestre.

Se l'atmosfera fosse perfettamente statica avrebbe una perfetta stratificazione della densità rispetto all'altezza dal suolo e quindi una perfetta e costante stratificazione dell'indice di rifrazione. Il fronte d'onda (considerato piano) in arrivo dalla stella entrando nell'atmosfera subirebbe una deviazione, ma arriverebbe all'ingresso del telescopio ancora con la sua forma piana originale, non partecipando quindi allo sparpagliamento della luce che ci proponiamo di studiare. Sappiamo però che nell'atmosfera si muovono correnti d'aria con diverse temperature, ciò crea una turbolenza che rende l'indice di rifrazione non costante e



non uniforme, il fenomeno è molto accentuato soprattutto nella parte di atmosfera più bassa ovvero dove l'aria entra in contatto con corpi sulla superficie che possono avere svariate temperature. Nella figura è mostrata l'azione schematica dell'atmosfera sui fronti d'onda piani, notiamo quindi che l'azione è quella di creare curvature nei fronti d'onda che ovviamente, entrando nel telescopio, faranno in modo che la luce della stella si disperda in una regione del piano focale in generale diversa da quella predetta dalla sola diffrazione.

Per dare una veste matematica al fenomeno ricorriamo al modello di Tatarski<sup>[5]</sup> per la turbolenza atmosferica, sviluppato nel 1961 sulla base degli studi di Kolmogorov. Iniziamo scrivendo il vettore d'onda piana monocromatica, quindi riferibile a una radiazione monocromatica imperturbata dall'atmosfera:

$$\Psi_0(\vec{r}, t) = A_0 \cdot e^{i(\phi_0 + \omega t + \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

L'azione dell'atmosfera produrrà un vettore d'onda di questo tipo (per un tempo fissato)

$\Psi_p(\vec{r}) = \left[ \chi_p(\vec{r}) e^{i\phi_p(\vec{r})} \right] \Psi_0(\vec{r})$  Dove  $\chi_p(\vec{r})$  è la variazione frazionaria di ampiezza dell'onda e  $e^{i\phi_p(\vec{r})}$  è la variazione frazionaria della sua fase, calcolate rispetto all'onda imperturbata. La perturbazione dell'ampiezza sperimentalmente è molto più piccola della seconda, perciò nel modello di Tatarski si prende in considerazione soltanto la perturbazione introdotta dalla variazione della fase e ne considera le fluttuazioni secondo la distribuzione gaussiana.

Chiamiamo S la superficie dello specchio del telescopio e considerando a un tempo t i vettori d'onda incidenti sullo specchio scriviamo la funzione

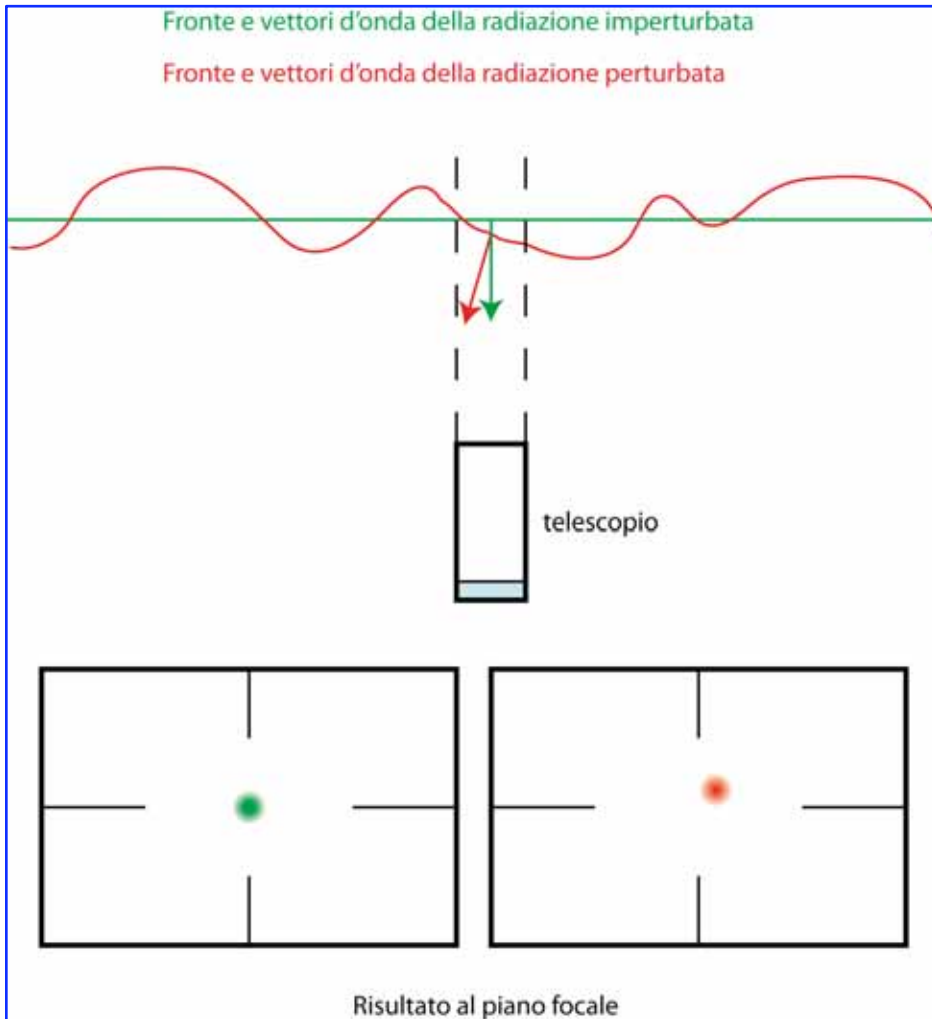
$$D_{\phi_a}(\rho) = \langle |\phi_a(\vec{r}) - \phi_a(\vec{r}')|^2 \rangle \quad \text{con } |\vec{r} - \vec{r}'| = \rho$$

ovvero la media dei quadrati delle differenze di  $\phi_a(\vec{r})$  tra due punti qualsiasi di S distanti  $\rho$ . Secondo il modello questa funzione può essere espressa attraverso una funzione empirica con un solo parametro sperimentale  $r_0$  che traduce il disturbo creato dall'atmosfera.

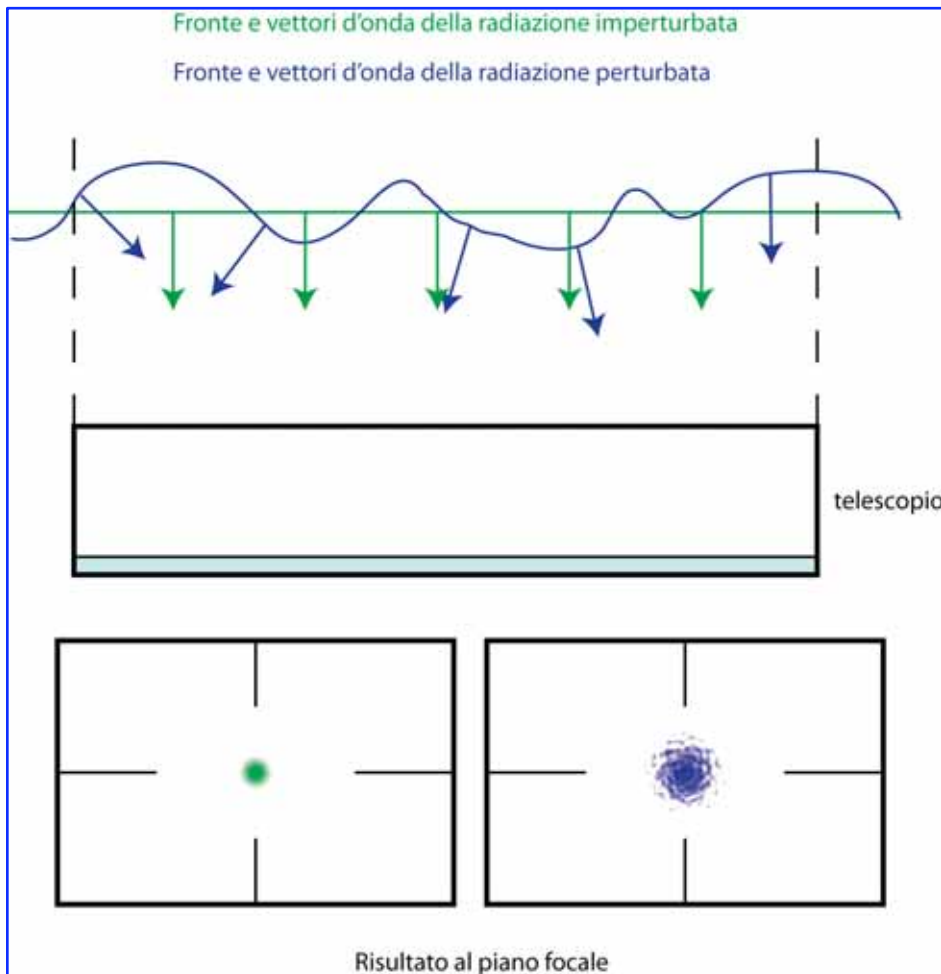
$$D_{\phi_a}(\rho) = 6.88 \left( \frac{\rho}{r_0} \right)^{5/3}$$

Considerando ora un  $\rho$  medio basato sul diametro d del nostro telescopio, è possibile passare dalla funzione  $D_{\phi_a}(\rho)$  alla varianza di  $\phi_a(\vec{r})$  su S

$$\sigma^2[\phi_a(\vec{r})]_S = 1.0299 \left( \frac{d}{r_0} \right)^{5/3}$$



Fronte d'onda entrante in un telescopio con apertura  $d \ll r_0$ . La varianza delle perturbazioni della fase rimane molto contenuta e il fronte è ancora approssimabile come un fronte piano. Il vettore d'onda però in genere avrà un'orientazione diversa da quello del fronte imperturbato. Il risultato al piano focale è come il disco di Airy del caso imperturbato, ma può trovarsi in un'altra posizione.



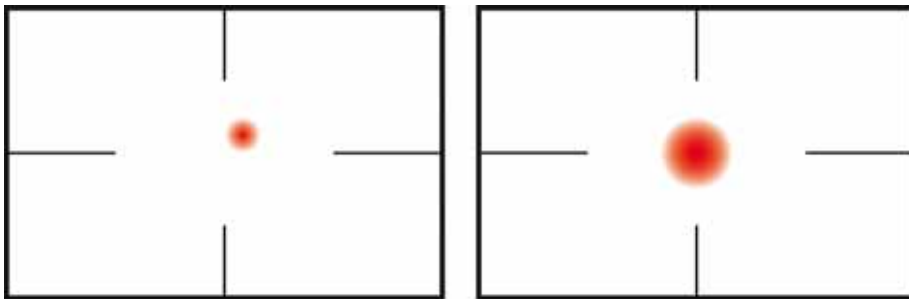
Fronte d'onda entrante in un telescopio con apertura paragonabile o superiore a  $r_0$ . La varianza delle perturbazioni della fase è accentuata e ogni parte del fronte avanza secondo un diverso vettore d'onda. Questo però in media rimarrà con ottima approssimazione quello originario. Il risultato al piano focale è perciò uno spot luminoso molto più allargato e disomogeneo rispetto al disco di Airy, ma centrato nella posizione corretta

Come abbiamo visto  $r_0$  è un parametro che descrive il livello di degrado dei fronti d'onda rispetto a quelli piani imperturbati. Guardando gli schemi sopra, potremmo correlarlo con il raggio medio delle incurvature del fronte d'onda perturbato. Se  $r_0$  fosse infinito ci ritroveremmo nel caso di atmosfera perfettamente stratificata e statica, con i fronti ancora piani e senza alcun problema, infatti la varianza calcolata sopra sarebbe nulla. Il parametro dipende fortemente dalle condizioni atmosferiche, dall'angolo zenitale e dall'equilibrio termico nell'ultimissimo tratto di atmosfera nelle vicinanze del telescopio. E' molto difficile quindi quantificare questo valore, possiamo però vedere molto chiaramente il suo effetto dalla larghezza dello spot luminoso corrispondente alla stella sul piano focale. Anche nelle nostre migliori condizioni, il parametro non supera mai i 30 cm corrispondenti all'apertura del nostro telescopio (noi quindi ci troveremo ad affrontare le misure nella condizione di telescopio a grande apertura) e lo spot risulta allargato di almeno quattro volte rispetto alla dimensione del disco di Airy.

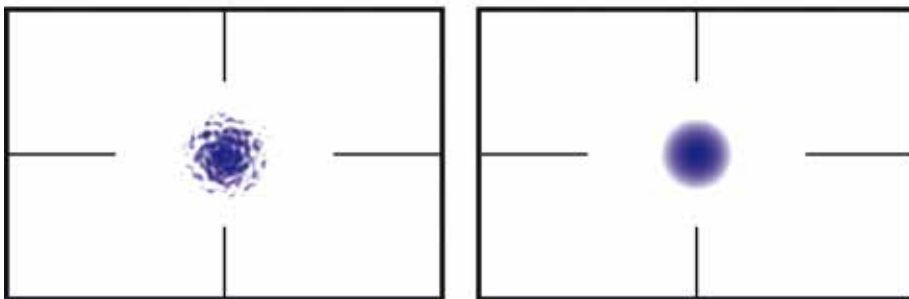
Reintroducendo nella trattazione la variabile temporale, questa nel nostro schema ha la funzione di modificare la forma del fronte d'onda continuamente, tenendo sempre costante il parametro  $r_0$ . Nel caso del telescopio a piccola apertura avremmo perciò un vettore d'onda che varia continuamente l'orientamento, quindi una stella focalizzata sempre in punti diversi nel piano focale, ma la media di queste posizioni sarà equivalente a quella del caso

imperturbato. Per il telescopio ad apertura maggiore di  $r_0$  o paragonabile, invece, la varianza della fase rimane pressoché costante ma cambierà la sua distribuzione, quindi rimarrà costante la posizione e la dimensione approssimativa dello spot luminoso al piano focale, ma cambierà la sua forma e la distribuzione della luce al suo interno.

Con un'esposizione al CCD l'operazione che viene fatta dall'elettronica è un'integrazione temporale di tutto il fenomeno sopra descritto. Si può intuire allora che l'aspetto degli spot luminosi in un'esposizione con un piccolo e grande telescopio è simile, infatti la variazione del vettore d'onda piana nel primo caso ci dà uno spot integrato più grande del disco di Airy con un profilo di luminosità gaussiano e nel secondo caso le dimensioni già grandi restano invariate, ma la continua variazione dei fronti spiana le disomogeneità dello spot creando lo stesso profilo gaussiano.



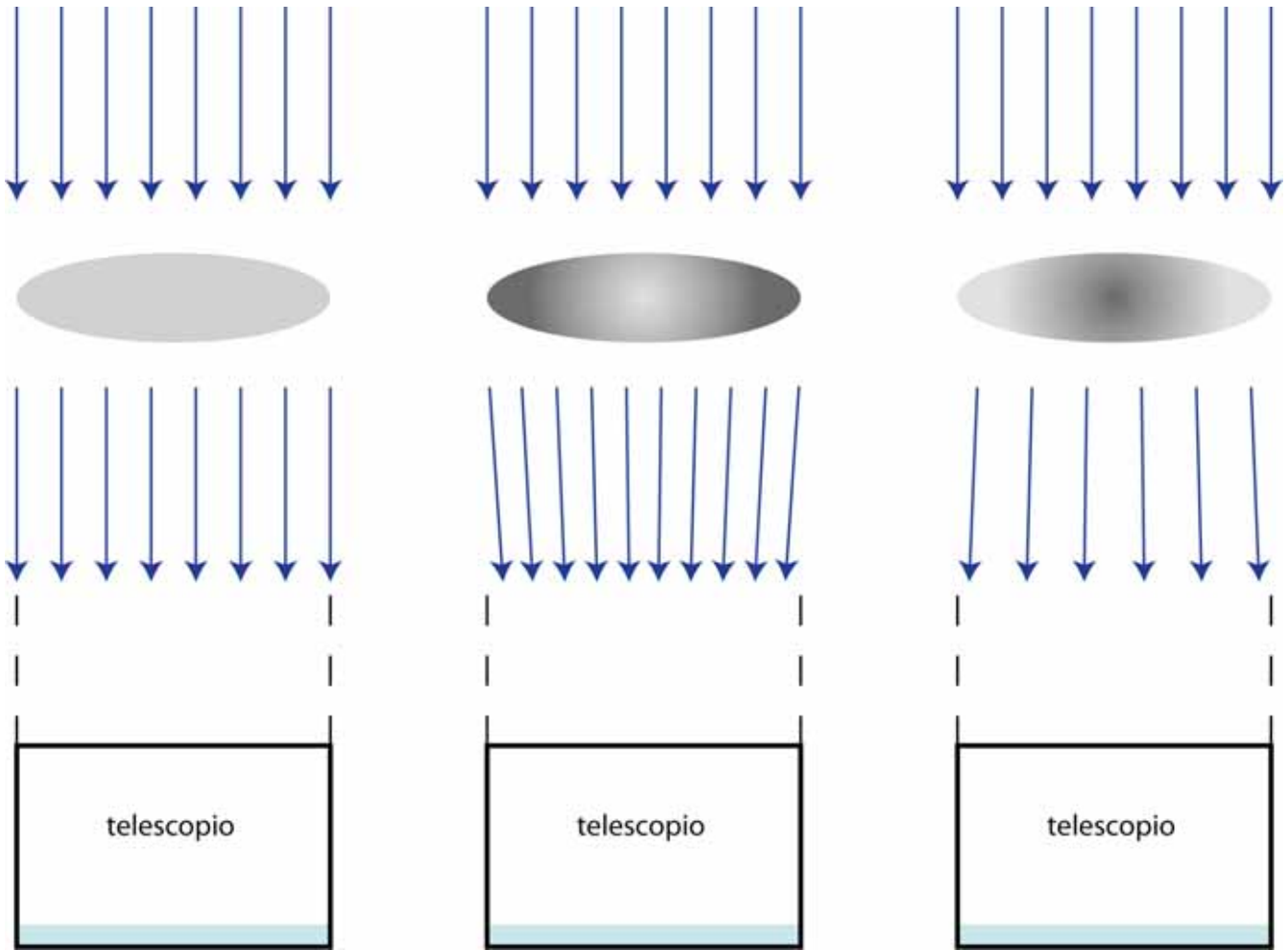
*Le due immagini in rosso mostrano le situazioni al piano focale in un istante fissato (a sinistra) e dopo un'integrazione molto alta (a destra) per un telescopio di piccola apertura ( $d \ll r_0$ ).*



*Le immagini sotto in blu si riferiscono invece a un telescopio di grande apertura*

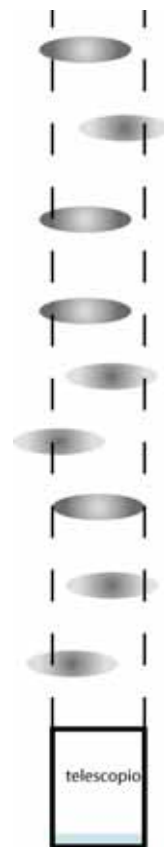
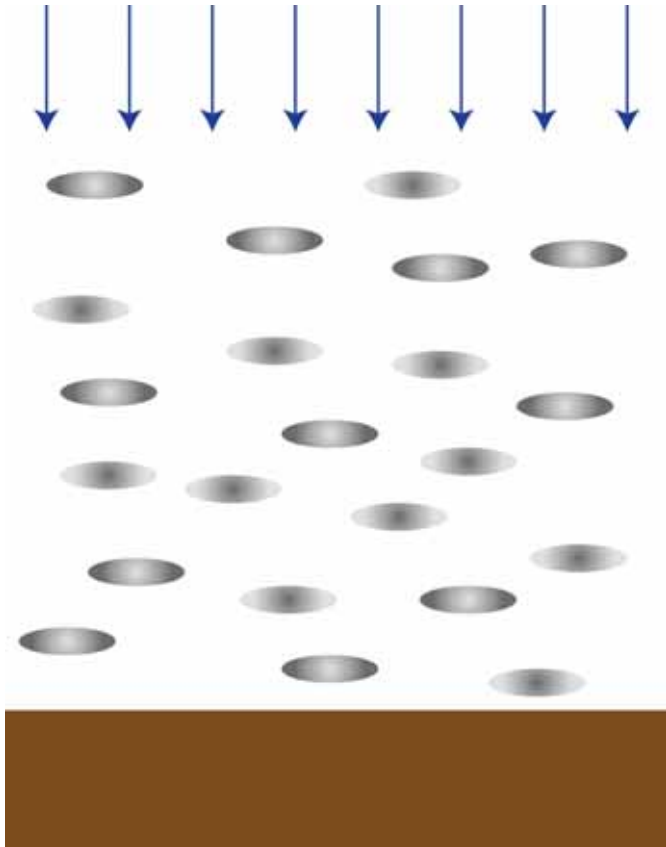
### SCINTILLAZIONE ATMOSFERICA

Fino a adesso abbiamo trattato l'atmosfera solo per la sua azione di dispersione della luce sul piano focale, questo però non è molto dannoso per quanto riguarda le misure fotometriche, perlomeno se il fenomeno rimane entro certi limiti tali da non mescolare la luce di diverse stelle del campo. In questo capitolo ci soffermeremo su un altro aspetto di disturbo portato dall'atmosfera, il fenomeno chiamato scintillazione atmosferica che ha la caratteristica di variare effettivamente la quantità di flusso luminoso entrante nel telescopio nel tempo. Questo chiaramente va a incidere nel nostro processo di misurazione e sarà una delle fonti principali dell'errore fotometrico, è estremamente utile capire la sua dinamica per minimizzarlo.



Nello schema è mostrato il fenomeno elementare alla base della scintillazione atmosferica, come si può notare questo è ancora governato dalla rifrazione ad opera di un'atmosfera non stabile. La prima immagine corrisponde all'attraversamento di atmosfera imperturbata perciò non si verifica alcun fenomeno di scintillazione. Nel secondo caso il fronte entrante è passato attraverso un tratto di atmosfera con una distribuzione dell'indice di rifrazione tale da creare l'effetto di una lente convergente, il risultato è quello di un aumento netto di flusso luminoso entrante nel telescopio e una sovrastima della nostra misurazione. Nel terzo caso succede l'inverso, la distribuzione dell'indice di rifrazione può essere tale da creare un effetto divergente sui raggi perciò una diminuzione del flusso entrante. Chiameremo questi tratti locali di atmosfera blob convergenti e blob divergenti e li rappresenteremo sempre come mostrato in questo schema elementare.

Ci proponiamo di studiare come i blob effettivamente influenzano la quantità che misureremo nella fotometria a XO-2, ovvero l'illuminamento, e da quali parametri dipende la deviazione standard delle fluttuazioni di illuminamento. Ci riferiamo a un modello atmosferico molto semplificato ma adatto al nostro scopo: consideriamo i blob ugualmente distribuiti nell'atmosfera, tutti della stessa dimensione e gradiente di densità, e li sostituiamo effettivamente a lenti di due possibili categorie: convergenti e divergenti, ognuna con la stessa focale in modulo.



Rappresentazione schematica del modello di atmosfera, si nota una distribuzione uniforme di blob. A destra un telescopio a piccola apertura tale da non poter intercettare più di un blob per ogni quota.

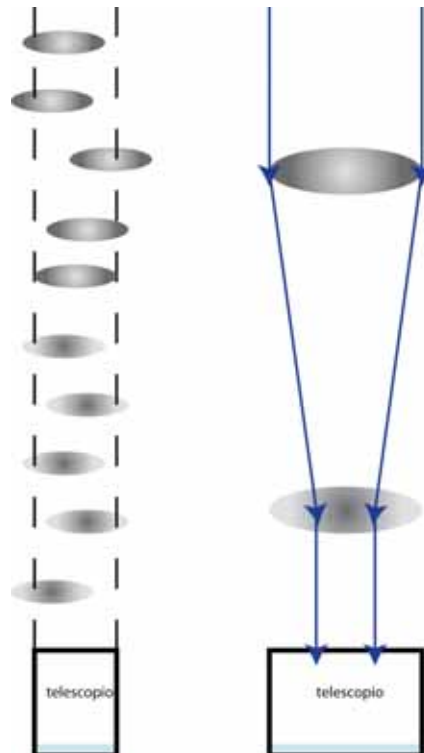
Sia  $\rho$  la densità di blob e  $R$  la metà dello spessore di atmosfera considerata nel modello. Iniziamo considerando un telescopio a piccola apertura  $d$ , ovvero un apertura tale da poter intercettare nel campo visivo al massimo un solo blob intero per una fissata quota. Stimando il numero di blob intercettati, questo nel nostro modello sarà pari a

$$\rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot MA \cdot 2R = N \cdot MA$$

con una proporzione in media uguale tra i due tipi di blob.

### Dipendenza dalla massa d'aria

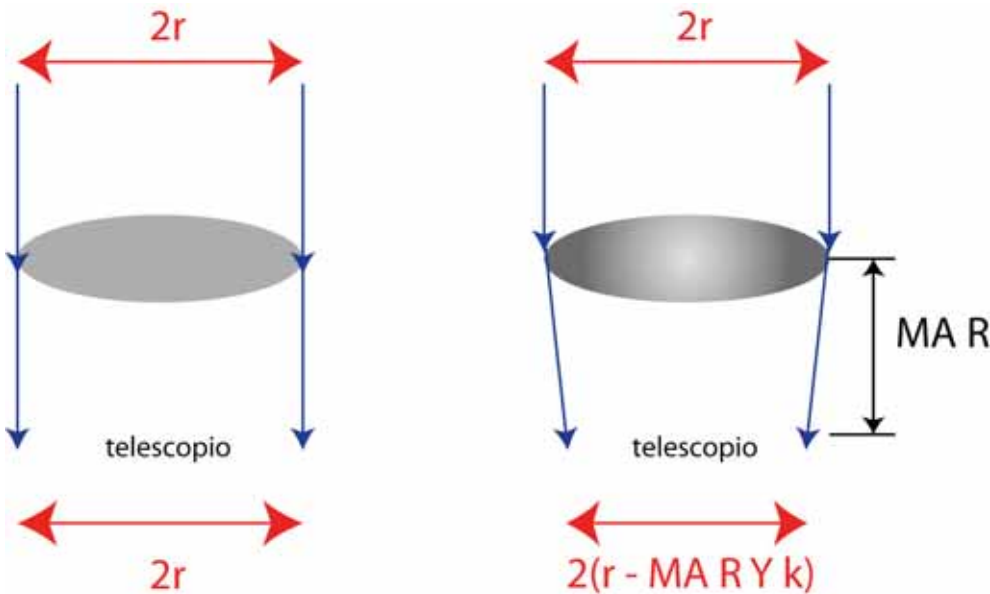
Considerando l'elevato numero di blob possiamo approssimare questa distribuzione a una gaussiana e definiamo la variabile aleatoria  $Y$  numero di blob convergenti in più rispetto a quelli divergenti. La media di



questa variabile sarà zero con una deviazione standard data dalla distribuzione binomiale

$$\sigma(Y) = \frac{\sqrt{N \cdot MA}}{2}$$

L'idea che seguiremo è quella di preoccuparci solo dell'effetto di questo surplus di blob, considerando un annullamento a coppie di tutti gli altri che a questo punto sono in numero uguale. Questo surplus diventerà una super lente con focale più corta di quella del blob singolo, e la piazzeremo a metà strada tra il telescopio e la fine dello strato di atmosfera, quindi a una distanza che dipende dalla massa d'aria (MA R). Valuteremo la variazione di illuminamento in funzione di Y e poi la sua deviazione standard in funzione della massa d'aria.



$k=r/f$ , con  $r$  raggio del blob e  $f$  focale del singolo blob. La moltiplicazione per  $Y$  avviene appunto perché consideriamo una super lente fatta da un numero  $Y$  di blob dello stesso tipo. La distanza tra la super lente e il telescopio dipende dalla massa d'aria  $MA$ .

$$L \propto \left[ \pi (r - MA \cdot R \cdot Y \cdot k)^2 \right]^{-1} \quad \Delta L \propto \frac{2rMAYk - MA^2 R^2 Y^2 k^2}{\pi r^2 (r - MAYk)^2}$$

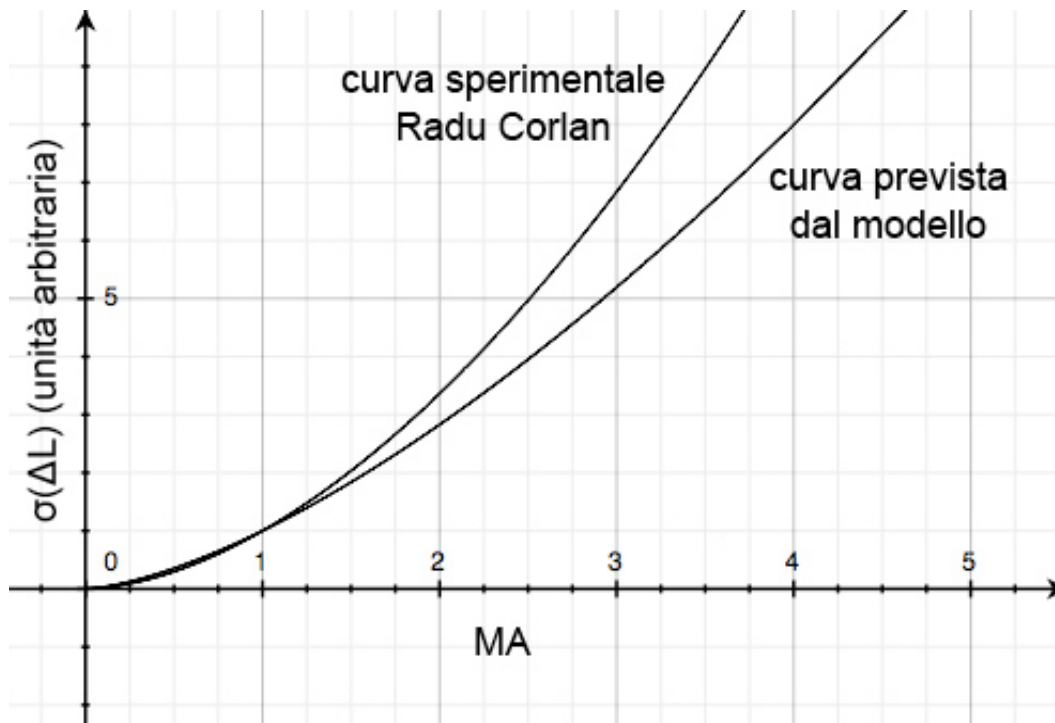
per facilitare i calcoli supponiamo ragionevolmente che le fluttuazioni di indice di rifrazione siano molto piccole tali da non permettere alla focale, anche accorciata rispetto al valore  $Y$ , di essere più corta della lunghezza  $MA R$ . La formula si semplifica in questo modo

$$\Delta L \propto \frac{2MAYk}{\pi r^3}$$

e ci mostra che la nuova variabile aleatoria  $\Delta L$  dipende in modo lineare da  $Y$ . Sfruttando il fatto che  $Y$  sia gaussiana otteniamo semplicemente la deviazione standard di  $\Delta L$  in funzione di  $MA$

$$\sigma(\Delta L) \propto \frac{2MArk}{\pi r^3} \sigma(Y) \propto MA^{1.5}$$

Siamo arrivati alla conclusione che per quanto riguarda l'angolo zenitale un aumento di massa d'aria comporta un aumento del fenomeno della scintillazione. La formula empirica di Radu Corlan che appunto si propone di quantificare la scintillazione e la sua dipendenza da alcuni parametri, deriva una dipendenza dalla massa d'aria con esponente 1.75, in buon accordo con quanto previsto dal nostro modello considerando la sua semplicità.

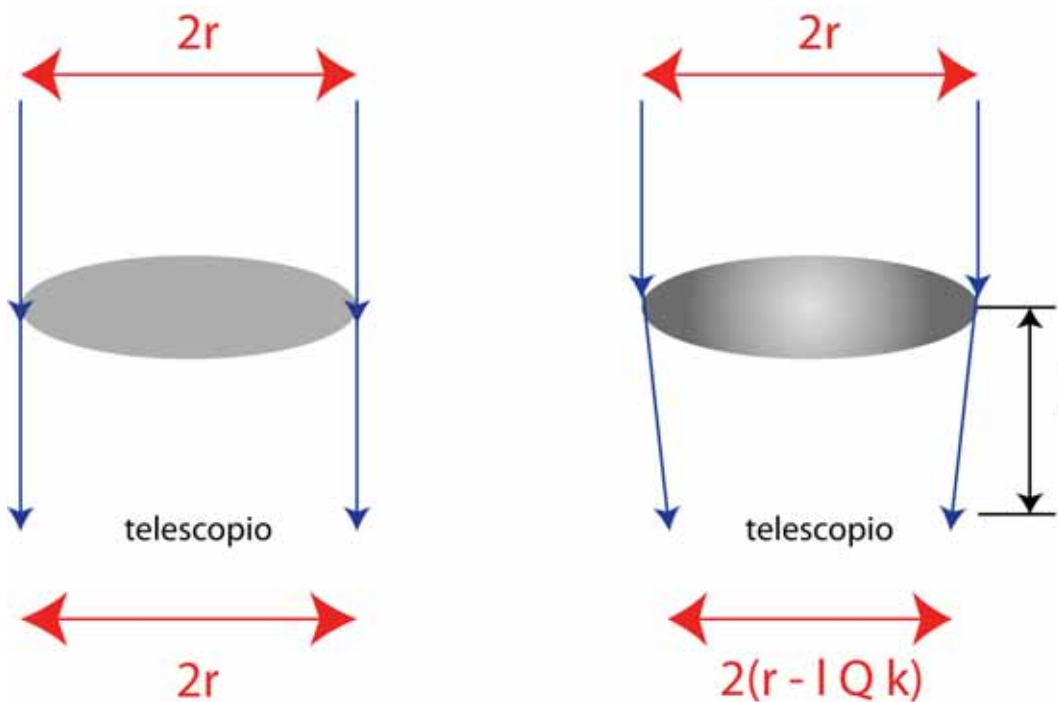


### dipendenza dal diametro del telescopio

Concentriamoci ora sull'apertura del telescopio, che fino a qua abbiamo considerato fissa e piccola abbastanza da contenere un solo blob per ogni quota. Trattiamo ora il caso di un telescopio di grande apertura  $d$  (che esprimeremo in unità di  $2r$ , diametro dei blob) tale da contenere un buon numero di blob per ogni quota, che stimiamo dal rapporto tra la sezione della visuale e l'area occupata da un singolo blob, ottenendo  $\pi d^2$ . Ripetiamo ora esattamente lo stesso ragionamento usato in precedenza andando a considerare una nuova variabile aleatoria  $Z$  che ci da la quantità di blob convergenti in più rispetto a quelli divergenti a una quota fissata. Secondo la distribuzione binomiale si ottiene

$$\sigma(Z) = \frac{d\sqrt{\pi}}{2}$$

e consideriamo attivi solo questi blob del surplus, ovvero una frazione pari a  $\frac{Z}{\pi d^2}$ , l'equivalente della frazione attiva della sezione del cono visivo alla quota considerata. Chiamerò questa frazione  $Q$ .



Situazione imperturbata e situazione con una lente risultante dal surplus di blob alla quota  $l$ .  $k=r/f$ , dove  $f$  è la focale di un singolo blob

$$L \propto \left[ \pi (r - Q \cdot R \cdot k)^2 \right]^{-1} \quad \Delta L \propto \frac{2rQRk - Q^2 R^2 k^2}{\pi r^2 (r - QRk)^2}$$

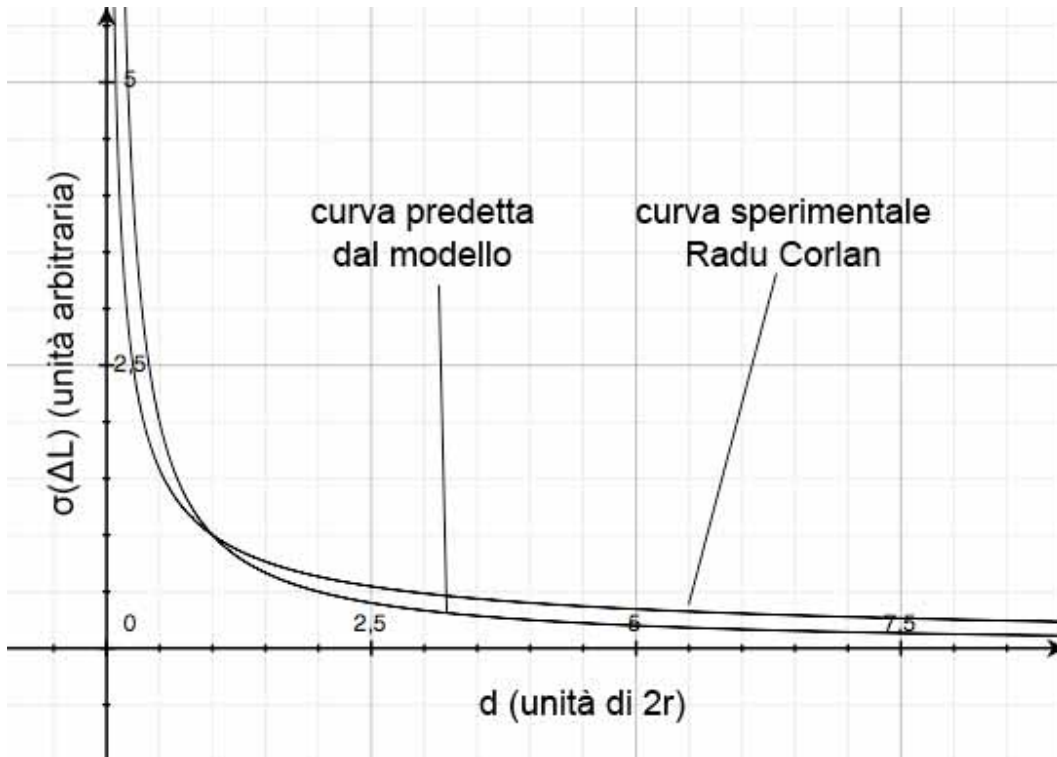
sfruttando l'approssimazione usata anche in precedenza e esplicitando  $Q$  otteniamo

$$\Delta L \propto \frac{2RkZ}{\pi^2 r^3 d^2}$$

e dal fatto che  $Z$  è un'altra variabile gaussiana allo stesso modo di prima:

$$\sigma(\Delta L) \propto \frac{2Rk}{\pi^2 r^3 d^2} \sigma(Z) \propto d^{-1}$$

Il procedimento si itera per ogni quota ottenendo sempre lo stesso risultato, ovvero una proporzionalità inversa tra scintillazione e diametro del telescopio. La formula di Radu Corlan descrive una dipendenza da  $d^{-0.66}$ .



### dependenza dal tempo di integrazione

In un'esposizione di tempo  $t$  al CCD, come già accennato, i fronti d'onda cambiano continuamente e gli illuminamenti istantanei calcolati prima si mediano nel tempo. La deviazione standard della media delle fluttuazioni tra un gran numero di esposizioni di tempo  $t$  avrà un andamento proporzionale a  $\frac{1}{\sqrt{t}}$ , come previsto anche dalla relazione empirica di Radu Corlan

### Conclusioni sulla scintillazione atmosferica

Avendo come obiettivo la massima riduzione possibile dell'errore fotometrico, dobbiamo fare in modo che la scintillazione atmosferica abbia il minor effetto possibile. Mentre il diametro del telescopio non si può variare, abbiamo visto come sia utile fare fotometria nelle condizioni di minimo angolo zenitale della stella (minima massa d'aria) e con tempi di integrazione il più lunghi possibile, naturalmente trovando un compromesso con la durata del transito stesso e con la precisione dell'inseguimento del telescopio.

### ESTINZIONE ATMOSFERICA

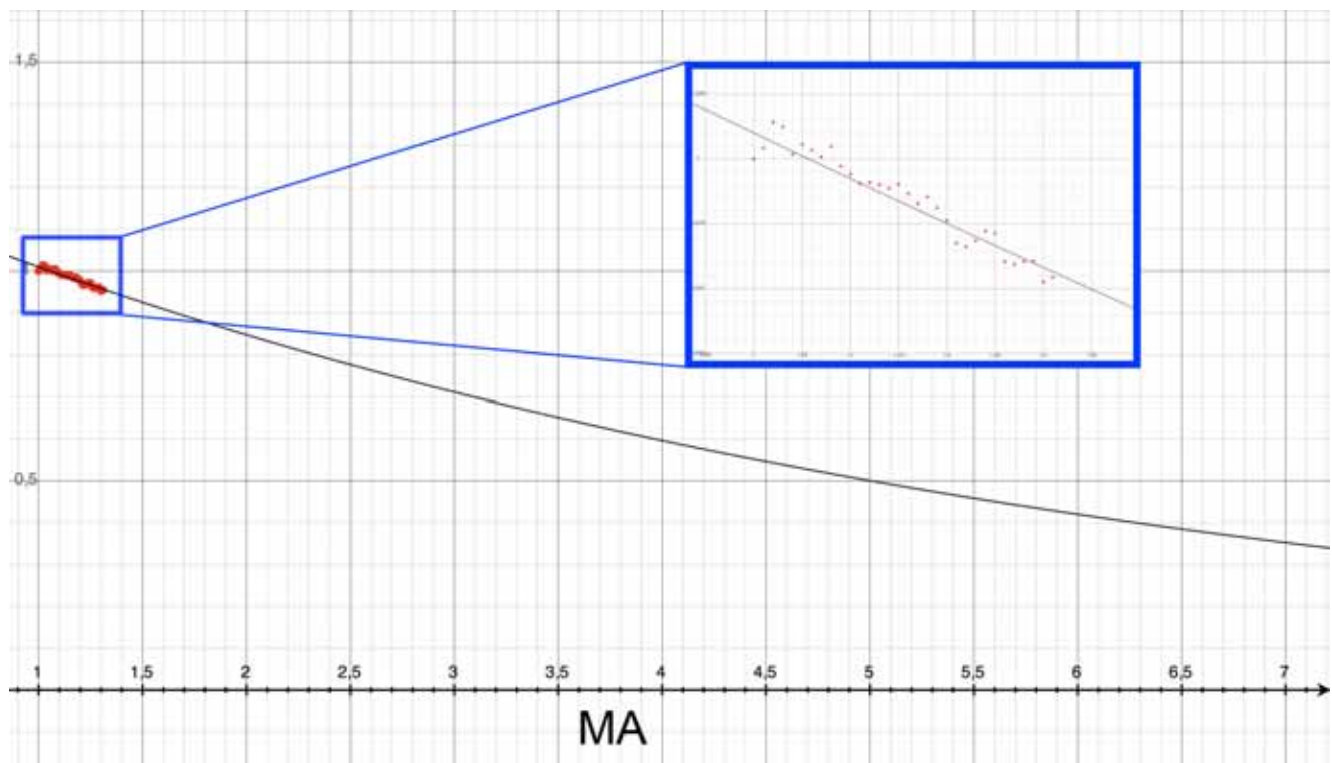
Il modello sopra descritto prevede una totale trasmissione dei raggi luminosi nell'atmosfera, in realtà l'atmosfera è fatta da gas con una certa densità ottica perciò una parte della radiazione luminosa non riceverà il sensore e non sarà misurata generando il fenomeno dell'estinzione atmosferica. I principali fattori che intervengono nell'estinzione sono lo scattering elastico tra i fotoni e le molecole dell'atmosfera, lo scattering tra i fotoni e le polveri sottili e l'assorbimento

delle righe spettrali per fenomeni quantistici. Ci proponiamo di capire come varia macroscopicamente il flusso luminoso ricevuto in funzione della massa d'aria.

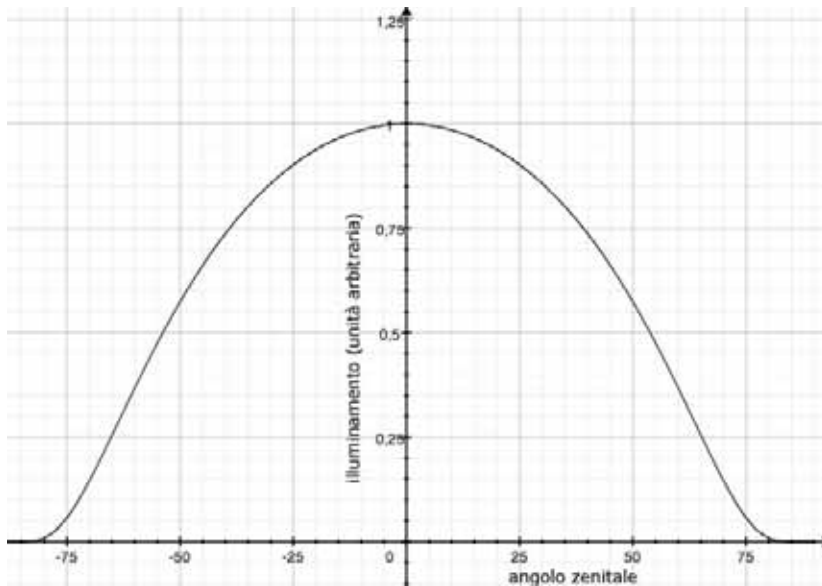
Immaginiamo una radiazione monocromatica di lunghezza d'onda  $\lambda$  che attraversa l'atmosfera e consideriamo una densità ottica costante in ogni tratto. Questa è una grossa approssimazione perché sappiamo che l'atmosfera si dirada con l'aumentare della quota, ma non influisce in alcun modo sullo scopo prefissato cioè di capire la variazione di flusso luminoso, non quanto questo effettivamente sia. Se il raggio luminoso percorre un tratto  $l$  di atmosfera, l'illuminamento ricevuto  $L_{out}$  si sarà abbassato di un fattore esponenziale come mostrato nella formula

$$L_{out} = L_{in} \cdot e^{-\frac{l}{k(\lambda)}} = L_{in} \cdot e^{-\frac{2R \cdot MA}{k(\lambda)}}$$

dove  $k$  è una costante, con le dimensioni di una lunghezza, che quantifica la distanza da percorrere per scalare l'illuminamento di un fattore  $e^{-1}$ . Considerando osservazioni fatte sempre con lo stesso telescopio, quindi una visuale sempre con la stessa sezione, la lunghezza  $l$  del tratto percorso in atmosfera dal raggio è direttamente proporzionale alla massa d'aria. Vediamo quindi la dipendenza dell'illuminamento dalla massa d'aria e dall'angolo zenitale in un grafico



*Esempio di dipendenza esponenziale dell'illuminamento ricevuto a terra da una sorgente monocromatica al variare della massa d'aria. I dati sono trattati per avere una costante spaziatura in massa d'aria. Dati della stella ref A del 6 febbraio, il fit è fatto con l'esponenziale con  $k=5.7$  (2R)*

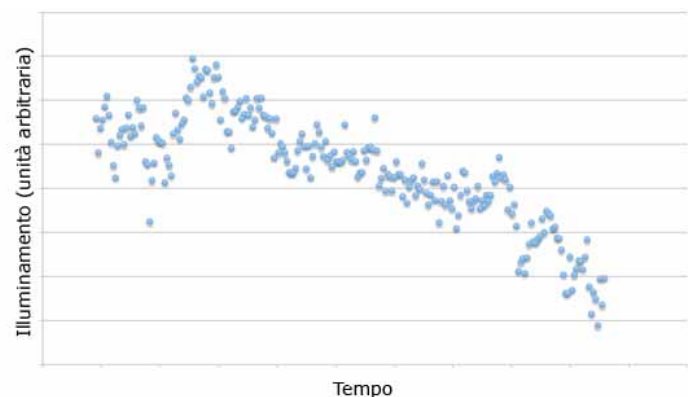


*Dipendenza dell'illuminamento dall'angolo zenitale. Si nota un drastico calo per alti angoli zenitali, ma le nostre riprese non saranno mai effettuate in queste condizioni perché abbiamo già visto che a questo problema si aggiunge un aumento drastico del fenomeno della scintillazione*

In realtà nell'esempio precedente abbiamo trattato dei punti sperimentali ripresi al CCD con un fit di tipo esponenziale descritto sopra, ma questo non è corretto perché il nostro CCD è esposto a radiazione non monocromatica e ha una certa banda passante ovvero è sensibile a diverse lunghezze d'onda. Il parametro  $k$  descritto prima è fortemente dipendente dalla lunghezza d'onda della luce. Per ora possiamo semplicemente trascurare il fenomeno considerando sorgenti con spettro a campana molto stretta, approssimabile a una delta di Dirac. Vedremo tra non molto che la dipendenza di  $k$  dalla lunghezza d'onda può avere ripercussioni drammatiche sulle curve di luce, specie su quelle molto protratte nel tempo per transiti lunghi.

### FOTOMETRIA DIFFERENZIALE

L'estinzione atmosferica ci garantisce che la curva di luce che otterremo da XO-2 durante il transito avrà ben poco a che fare con quella studiata nel modello fisico. Il transito dura circa 3 ore, ma la durata della curva di luce dovrà essere portata almeno a 4 ore per avere una quantità di dati fuori dal transito per poter stimare con sufficiente precisione i parametri che ci proponiamo di ricavare. Inevitabilmente in così tanto tempo la stella cambierà altezza sull'orizzonte e di conseguenza le condizioni di massa d'aria producendo un risultato come quello visto in figura. Di per se questo non sarebbe un grosso problema perché conoscendo la dipendenza dell'angolo zenitale dal tempo, si potrebbe capire l'effetto dell'estinzione e rilinearizzare il grafico in un secondo tempo, ma bisogna considerare che in 4 ore di tempo le



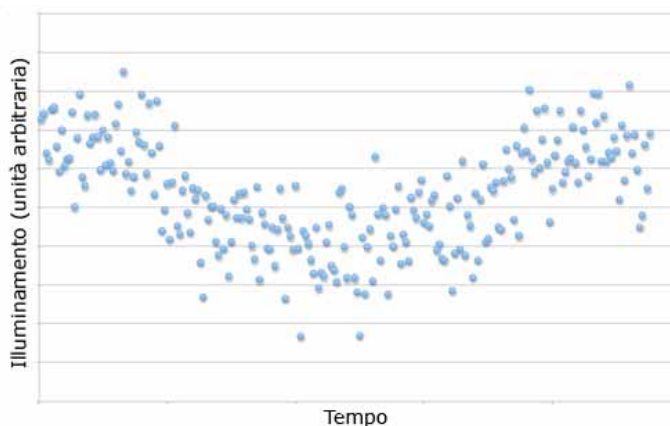
*Esempio di curva di luce in funzione del tempo (XO-2 del 6 febbraio durante un transito). La curva è evidentemente di difficile interpretazione...*

condizioni di trasparenza del cielo possono anche solo leggermente calare per una leggera velatura nuvolosa creando una nuova variabile di difficile controllo.

La procedura della fotometria differenziale ci viene in aiuto per questi problemi e ci permette di ottenere dei risultati utili cancellando quasi totalmente il problema dell'estinzione e della copertura nuvolosa. Il concetto alla base di questa procedura è questo: in ogni posa, oltre a ricavare l'illuminamento di XO-2, si ricava l'illuminamento di un'altra stella nelle immediate vicinanze. Si calcola il rapporto tra i due valori di illuminamento e si traccia questa variabile nella curva di luce. L'estrema vicinanza delle due stelle fa in modo che il valore di massa d'aria sia praticamente lo stesso per le due stelle in ogni momento, per cui l'estinzione atmosferica si comporterà allo stesso modo nei due casi lasciando pressoché inalterato il rapporto. Anche il problema della copertura nuvolosa è risolto: se in una certa posa una nuvola blocca una certa percentuale di flusso di una stella, la stessa cosa farà con l'altra stella e il rapporto ancora una volta rimarrà inalterato. La fotometria differenziale è utile se la stella di riferimento è il più possibile vicina a quella studiata e se non presenta una rilevabile variabilità, ovviamente si dà per scontato che la stella di riferimento non subisca anche lei un transito di un pianeta extrasolare.

Dalla curva di luce così ottenuta, conoscendo il valore di illuminamento standard costante della stella di riferimento,

si ricaverà l'illuminamento della stella studiata.



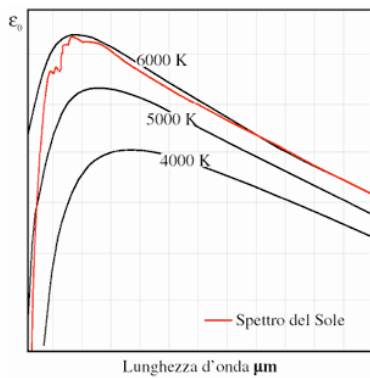
*Curva di luce (sempre XO-2 del 6 febbraio) trattata con il metodo della fotometria differenziale.*

La fotometria differenziale, indispensabile per questo genere di studi, ha due importanti punti deboli: il primo riguarda il fatto che dobbiamo misurare l'illuminamento a due stelle anziché una e combinare i risultati, cosa che aumenterà l'errore fotometrico, dato che la scintillazione atmosferica dobbiamo aspettarci che non sia correlata tra i flussi delle due stelle. Con lo scopo di ottenere il minor errore fotometrico possibile, sarebbe utile sfruttare non una sola stella di riferimento, ma tutte quelle possibili nel campo, considerando sempre la distanza angolare dalla stella in esame e la loro stabilità, sommandone i flussi. In questo modo si possono mediare gli effetti di scintillazione sulle diverse stelle di riferimento e ottenere un minore errore di scintillazione. Il secondo problema riguarda il colore delle stelle e sarà trattato in dettaglio nel prossimo capitolo.

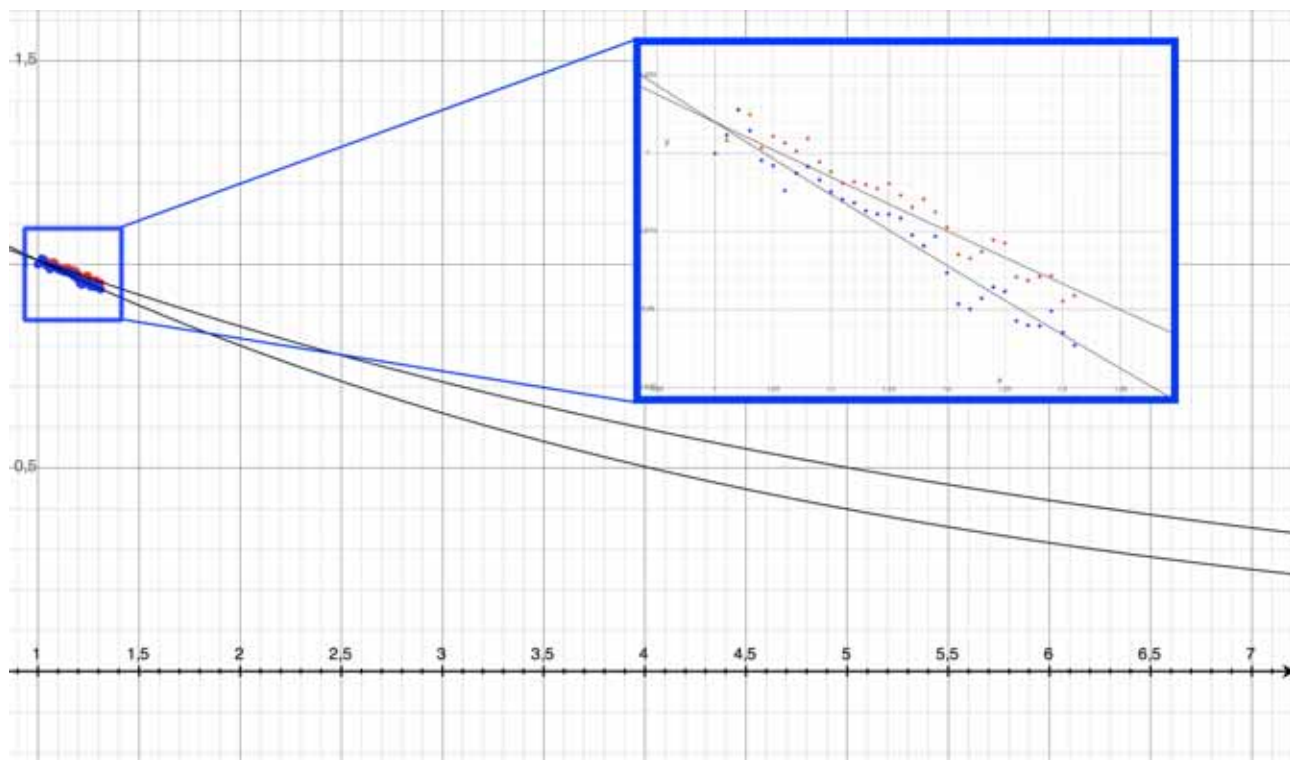
## DIFFUSIONE DELLA LUCE

Abbiamo già accennato al fatto che l'entità di estinzione atmosferica dipenda molto dalla lunghezza d'onda della radiazione considerata. Consideriamo un processo di fotometria differenziale (con una sola stella di riferimento) in cui la stella in esame e la stella di riferimento abbiano una classe spettrale diversa, perciò un colore diverso. Nella nostra approssimazione dobbiamo immaginarci lo spettro in arrivo da queste due stelle come due delta di Dirac centrate su valori diversi di lunghezza d'onda. L'effetto dell'estinzione atmosferica sarà quello dato dalle equazioni scritte sopra, con due valori differenti di  $k$  associati a quelle particolari lunghezze d'onda. Non è facile determinare con esattezza la

relazione che lega  $k$  alla lunghezza d'onda, ciononostante è sufficiente sapere che, essendo la diffusione il fenomeno predominante, questa fa sì che  $k$  cresca al crescere della lunghezza d'onda.

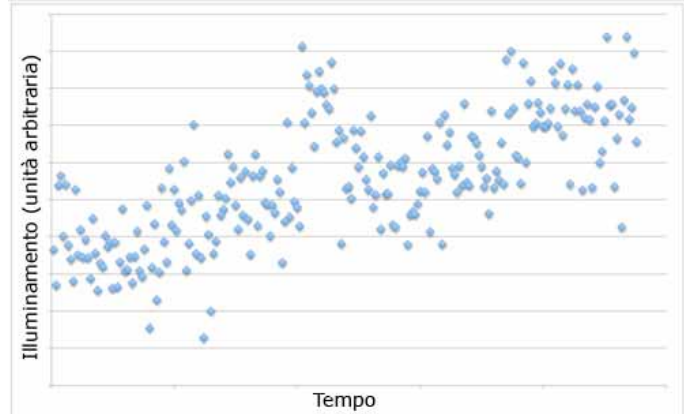


*In realtà le stelle hanno uno spettro di corpo nero, con un picco che dipende dalla temperatura secondo la legge di Wien. Questo spettro viene però modificato dall'atmosfera stellare, dal mezzo interstellare e dalla nostra atmosfera*



*Estinzione atmosferica (illuminamento relativo su massa d'aria) per due stelle di diversa classe spettrale, i punti rossi sono riferiti alla stella ref A del 6 febbraio (fit con  $k=5.7$  2R), quelli blu alla stella ref B sempre del 6 febbraio (fit con  $k=4.3$  2R). Non a caso è stata scelta questa colorazione, i dati ci suggeriscono che ref B abbia una classe spettrale più spostata verso il blu di ref A*

Chiaramente il diverso comportamento dell'estinzione tra le due stelle renderà la curva di luce della fotometria differenziale un po' alterata come mostrato in figura. Ci aspettiamo un trend della curva in salita se la stella di riferimento è più blu di quella in esame mentre la massa d'aria sta aumentando (proprio il caso dell'esempio mostrato) oppure se la stella di riferimento è più rossa mentre la massa d'aria scende. Nei due casi opposti si avrà un trend in discesa. Ovviamente più gli spettri delle stelle si avvicinano e più questi trend diventano trascurabili.



*Curva di luce in fotometria differenziale tra due stelle (senza transiti) di diversa classe spettrale. La curva, che dovrebbe avere un andamento orizzontale, presenta un trend in salita*

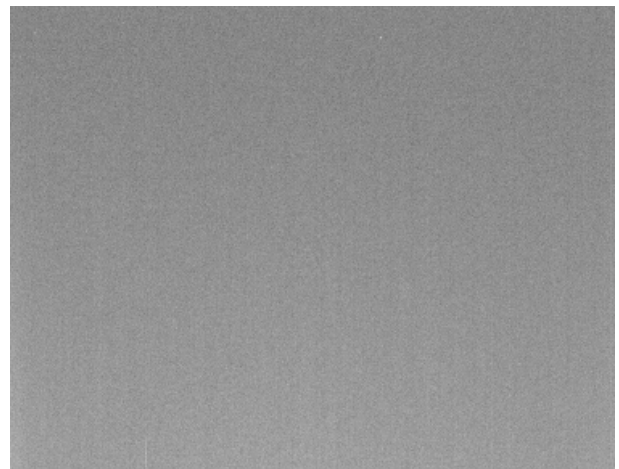
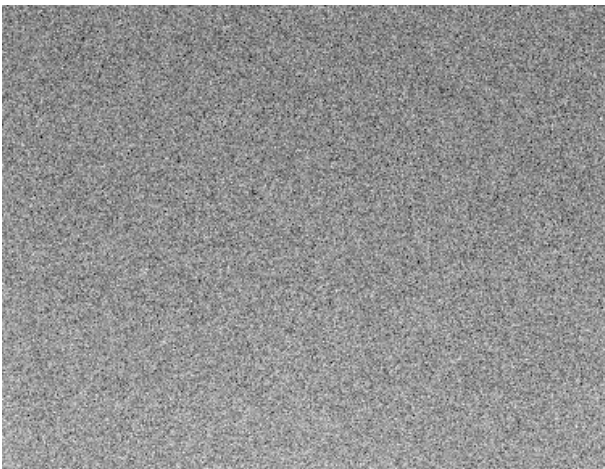
Nell'intento di fare fotometria differenziale a una stella utilizzando un gruppo di stelle di riferimento, sarebbe molto utile conoscere i valori di  $k$  di tutti gli oggetti utilizzati. Sfortunatamente le stelle che andremo a utilizzare sono molto deboli, intorno alla 10 – 11 magnitudine, perciò la loro classe spettrale è praticamente sconosciuta. Esistono alcune survey<sup>[6]</sup> che hanno fatto fotometria (anche digitale) in diverse bande spettrali ad ampie zone di cielo tra cui appunto la zona che ci interessa, sfortunatamente la precisione fotometrica raggiunta da questi lavori e la scelta delle zone di spettro indagate non permettono di stabilire con sufficiente chiarezza la classe spettrale di queste stelle. Quello che rimane da fare è stimarsi da soli i valori di  $k$ . Questo è possibile con la nostra stessa strumentazione, facendo fotometria differenziale a tutte le stelle utilizzate in due condizioni di massa d'aria molto diversa.

## FONTI DI RUMORE DI NATURA NON OTTICA

Ci sono molti altri fenomeni che contribuiscono all'errore fotometrico e che non riguardano fenomeni ottici. Principalmente questi riguardano l'elettronica del CCD.

### Rumore di lettura, bias frame

Dopo un'integrazione al CCD, ogni capacitore MOS ha immagazzinato una certa quantità di carica elettrica che deve essere amplificata, letta da un convertitore A/D e trasformata in numero, che a sua volta viene rappresentato a monitor con un certo livello di grigio. Questo numero è chiamato ADU (Analogic to Digital Unit). Il bias frame è l'immagine ripresa dal CCD con tempo di integrazione nullo. Sembra un controsenso chiedere da input una lettura della carica accumulata quando nessun fotone ha potuto colpire la regione fotosensibile e liberare elettroni, ciononostante l'elettronica che viene attivata per leggere e amplificare il segnale produce un rumore elettronico, infatti i valori ADU nei diversi pixel del bias frame non sono zero e seguono una distribuzione gaussiana di deviazione standard circa 8.6 ADU per il nostro modello di CCD. Questo è quello che viene definito rumore di lettura, uno dei fattori che contribuisce ad innalzare l'errore fotometrico. Per la procedura della fotometria, è utile riprendere numerosi bias frames e mediarli, per abbassare al massimo la deviazione standard.

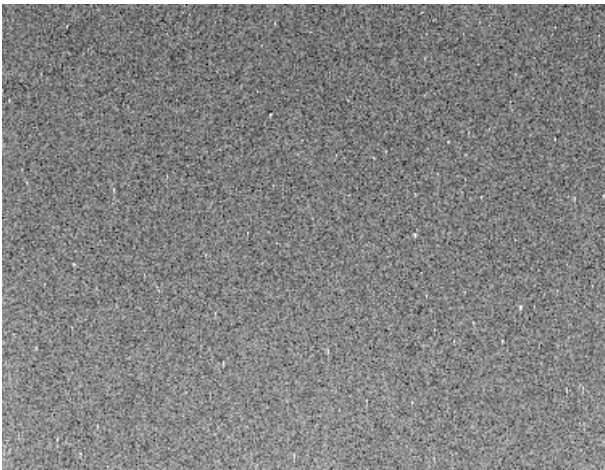


*Esempio di bias frame singolo del 6 febbraio, media ADU: 2282, sigma: 8.6. A destra è riportato il master bias ovvero la media di 30 bias frame, media ADU: 2282, sigma: 1.6, in ottimo accordo con un modello gaussiano in cui la varianza viene divisa per il numero di frame mediati*

### Dark frame

Pensiamo ora di procedere a un'integrazione di un certo tempo al nostro CCD ma in condizione tale da essere sicuri che nessun fotone (o perlomeno una quantità veramente trascurabile) produca elettroni e vada a innalzare i valori ADU. Si potrebbe pensare di riottenere il bias frame, in realtà non è così. Una certa quantità di elettroni vengono promossi alla banda di conduzione per effetto della sola energia termica perciò il gate a tensione positiva raccoglierà per tutto il tempo di integrazione questi elettroni e l'elettronica non potrà

in alcun modo distinguerli da quelli prodotti da fotoni. Per questo motivo tutti i CCD che devono misurare segnali molto deboli hanno bisogno di lavorare a una temperatura più bassa possibile, per abbassare l'energia termica e la quantità di elettroni che statisticamente possono creare disturbo. Purtroppo statisticamente del grande numero di elementi semiconduttori di cui è fatta la matrice di silicio, alcuni sono per così dire difettati e non riescono a raggiungere la temperatura di lavoro. Nella posa a otturatore chiuso vedremo nei pixel corrispondenti agli elementi difettati dei valori ADU che si alzano in maniera anomala sopra la media del bias frame (gli elementi semiconduttori alla temperatura di lavoro producono una quantità di elettroni per effetto termico abbastanza trascurabile per i tempi di posa che faremo in questa tesi). Questi pixel vengono definiti pixel caldi e hanno la caratteristica peculiare di avere valori ADU circa lineari con il tempo di integrazione (a meno della soglia del bias frame e a meno dell'incertezza statistica sul conteggio), perciò sono quasi indistinguibili dalle stelle. La buona notizia però è che, non seguendo la statistica gaussiana, questo problema non inciderà molto sull'errore fotometrico se si è avuta l'accortezza di riprendere il dark frame con lo stesso tempo di posa che si intende utilizzare per la fotometria vera e propria e nelle stesse condizioni di temperatura di lavoro. A transito concluso, semplicemente sottrarremo alle immagini grezze a XO-2 il dark frame, che ci toglierà il contributo dei pixel caldi senza toccare il segnale reale fotometrico. E' comunque necessario riprendere molti dark frames perché anche in questi scatti è contenuto il bias e il rumore di lettura che, seguendo l'andamento gaussiano, come già visto dobbiamo abbattere facendo più pose possibili.

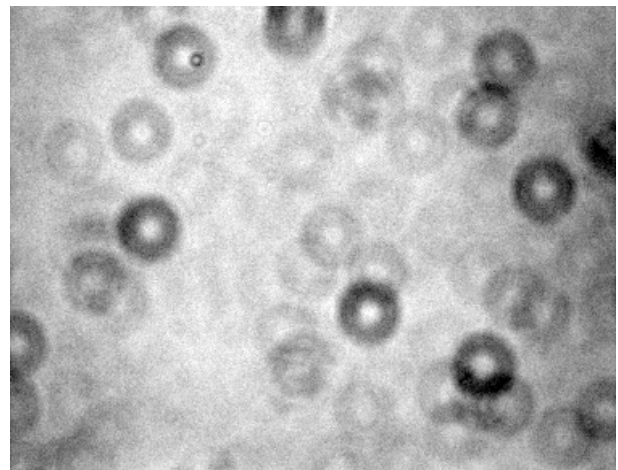
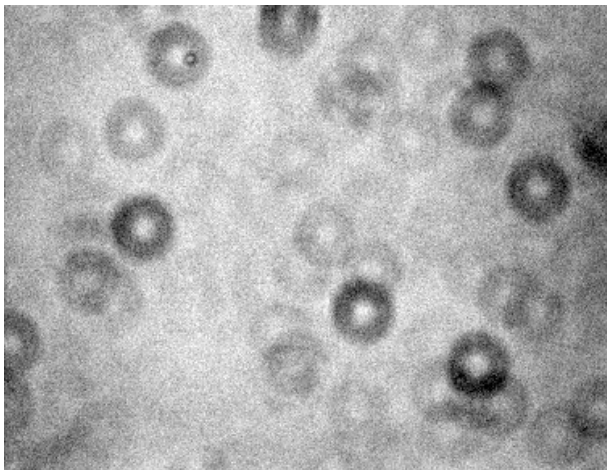


*A sinistra, un dark frame singolo ripreso il 6 febbraio, con un minuto di integrazione a otturatore chiuso. Il risultato sembra simile al bias frame. A destra ho mediato 20 dark frame (master dark) e ho sottratto il master bias, in questo modo la media degli ADU è circa 0 mentre si nota l'effetto dei pixel caldi, che raggiungono i 10000 ADU*

## Flat field frame

Cominciamo finalmente a vedere cosa succede in un'integrazione al CCD mentre stiamo riprendendo un segnale luminoso focalizzato dal nostro telescopio. Puntiamo un soggetto esteso con una luminanza omogenea con un tempo di esposizione tale da ottenere valori ADU circa a metà del livello di saturazione. Possiamo aspettarci un'immagine dove a parte gli effetti già citati di rumore di lettura e corrente di buio i pixel abbiano tutti lo stesso valore ADU, ma ancora una volta le cose vanno molto diversamente e due importantissimi fattori creano nuove fonti di disturbo. Il primo riguarda eventuali granelli di polvere o comunque sporco sulle superfici ottiche del telescopio, questi, soprattutto se molto vicini al piano focale (tipicamente il vetrino di protezione che sta subito davanti al sensore CCD è la zona più critica) creano un cono d'ombra sul piano focale e rendono gli elementi semiconduttori all'interno di tale cono meno sensibili alla luce rispetto alla normalità. Il secondo problema riguarda il numero di conteggi rilevati in ciascun elemento della matrice del CCD e che sarà trasformato in ADU, questo seguirà la statistica poissoniana con una deviazione standard pari alla radice della media di conteggi.

L'operazione descritta è di fondamentale importanza perché nel fare fotometria a un campo stellare dobbiamo avere la certezza che tutti i pixel abbiano la stessa sensibilità. Occorre perciò dividere le immagini grezze di XO-2 per questa immagine di calibrazione per pulire il campo e renderlo omogeneo.



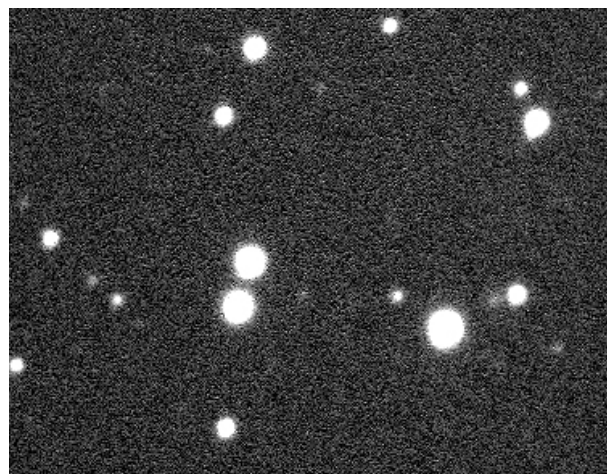
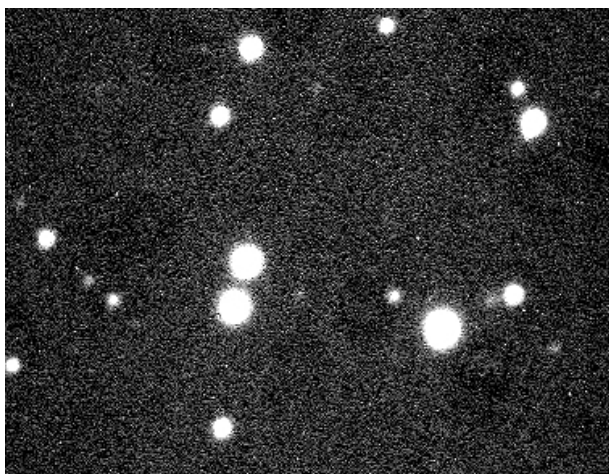
*A sinistra, un flat field frame del 6 febbraio. Le figure a forma di ciambelle sono l'effetto dei granelli di polvere come descritto sopra. Considerando una zona non affetta da questo disturbo, otteniamo una media dei valori ADU dei pixel di 37535 con sigma 188. Per ottenere la media effettiva dobbiamo togliere la media del bias, perciò otteniamo 35253 ADU. La sigma deriva dalla somma in quadratura del rumore di lettura e dal rumore dei conteggi, ma il primo ha una sigma di soli 8.6 quindi consideriamo i 188 ADU come provenienti solo dai conteggi. Il quadrato di 188 è 35344, a conferma del perfetto accordo di questa distribuzione con quella di Poisson. A destra il master flat è ottenuto mediando 30 flat, si abbattano gli errori sia di lettura che dei conteggi, ma l'errore sistematico dello sporco resta*

## Calibrazione delle immagini

Abbiamo accennato alla ripresa di tre tipi di acquisizioni tipiche della fase di calibrazione e hanno lo scopo importantissimo di contenere il più possibile l'errore fotometrico dovuto a fenomeni non ottici e di tenerlo sotto controllo. Chiariamo meglio quali sono le operazioni da fare per ottenere un'immagine calibrata partendo da quella grezza uscita dal CCD:

$$\text{Immagine calibrata} = (\text{immagine grezza} - \text{master dark}) / N(\text{master flat} - \text{master bias})$$

L'operazione si intende fatta sui valori ADU dei pixel di coordinate (x,y) dei file citati. Chiaramente deve essere ripetuta per tutti i pixel della matrice. Il coefficiente N sta a indicare che (master flat – master bias) deve essere normalizzato all'unità, cioè in modo che la media dei valori ADU di questo file sia uno. La cosa serve solo per comodità, dato che quello che misureremo sarà un illuminamento con unità arbitraria, il moltiplicare gli ADU di tutti i pixel per uno stesso valore non fa alcuna differenza.

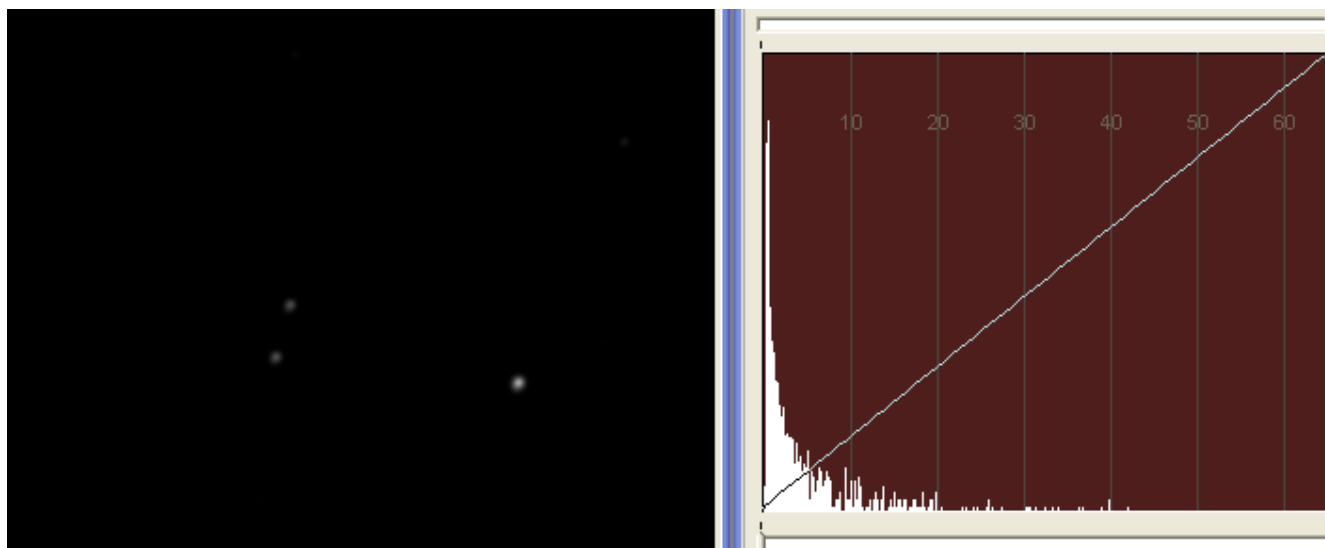


*A sinistra una delle immagini grezze al campo stellare intorno a XO-2 ripreso il 6 febbraio. A destra, la stessa immagine dopo il processo di calibrazione. Anche se visivamente non sembra cambiato molto, l'errore fotometrico e la qualità della curva di luce sono sensibilmente migliorati (le stelle sono volutamente sfuocate per motivi che saranno chiariti in seguito)*

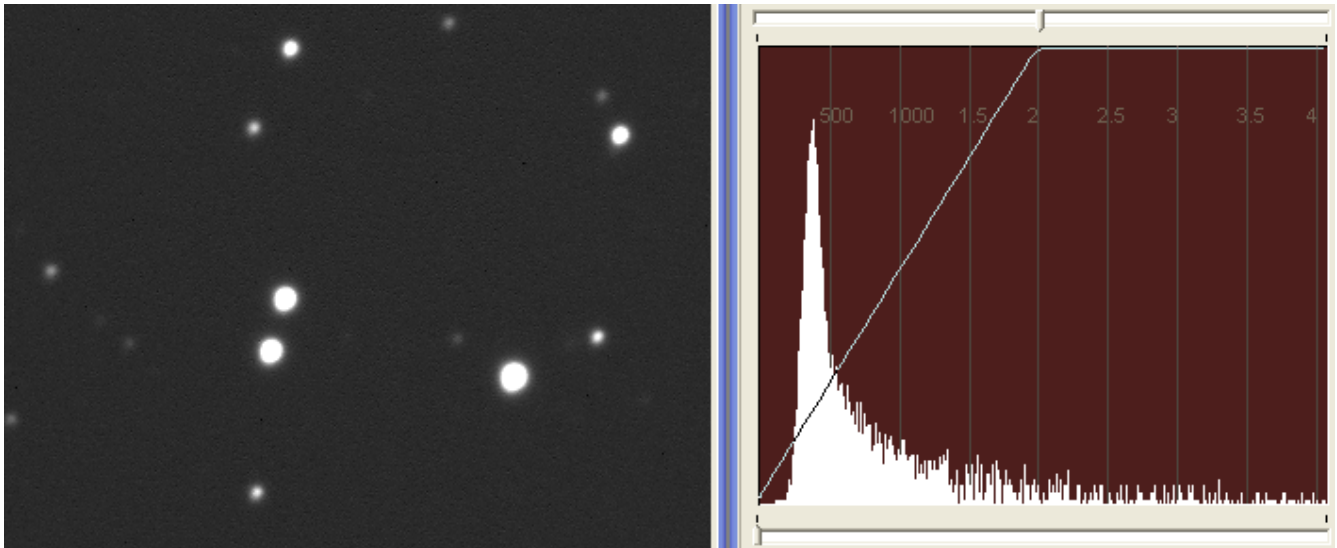
Come ho già detto, con la calibrazione è possibile tenere monitorato l'errore fotometrico con estrema facilità. Infatti basta cercare una zona dell'immagine calibrata dove non ci siano stelle, calcolare la deviazione standard dei valori in ADU dei pixel di quella zona e il risultato sarà la combinazione degli errori dovuti al rumore di lettura di tutti i file usati nella calibrazione, della corrente di buio, dei conteggi poissoniani del flat e dei conteggi poissoniani del fondo cielo ripreso nell'immagine grezza. Il valore trovato può essere usato come stima dell'errore non solo in quella zona, ma in tutto il campo ripreso... un bel vantaggio considerato quello che ci proponiamo di fare. Per il resto del lavoro chiameremo questo valore **errore di fondo** (questo è solo una delle componenti dell'errore fotometrico) essendo associato a tutti quei segnali di fondo diversi da quello che vogliamo misurare.

## Funzione di trasferimento

Apro una piccola parentesi su una cosa che non riguarda direttamente la fotometria ma può trarre in inganno quando si vedono immagini a monitor uscite dal CCD. Il nostro CCD, come la maggior parte di quelli dedicati all'astronomia, ha un convertitore A/D a 16 bit, ciò vuol dire che i livelli ADU dei pixel potranno andare da 0 a 65535. Credo che nessun monitor possa riprodurre una tale quantità di livelli di grigio, o comunque anche se potesse il nostro occhio farebbe davvero molta fatica a vedere differenze tra due livelli adiacenti, ciononostante noi spesso dobbiamo lavorare su una piccola parte di questo range e dobbiamo avere il massimo contrasto a monitor su questa parte, anche a discapito di tutto il resto. Ecco che nasce la necessità della funzione di trasferimento, ovvero la scelta della funzione che lega gli ADU dei pixel ai livelli di grigio disponibili a monitor. Chiaramente di default viene utilizzata una funzione che associa il livello di nero assoluto a 0 ADU, il livello di bianco assoluto a 65535 ADU e gli altri livelli disponibili in modo lineare, inglobando una grande quantità di valori ADU diversi in un unico livello di grigio



*Immagine calibrata al campo di XO-2, la stessa usata in precedenza ma con la funzione di trasferimento standard. A destra l'istogramma ci mostra in ascissa i valori ADU e in ordinata la quantità relativa di pixel che hanno quel valore ADU. Il cursore in basso rappresenta la scelta del livello di nero assoluto, messa a 0 ADU in questo caso, mentre il cursore in alto è a 65535 ADU per il bianco assoluto, la funzione (rappresentata dalla linea) è lineare*

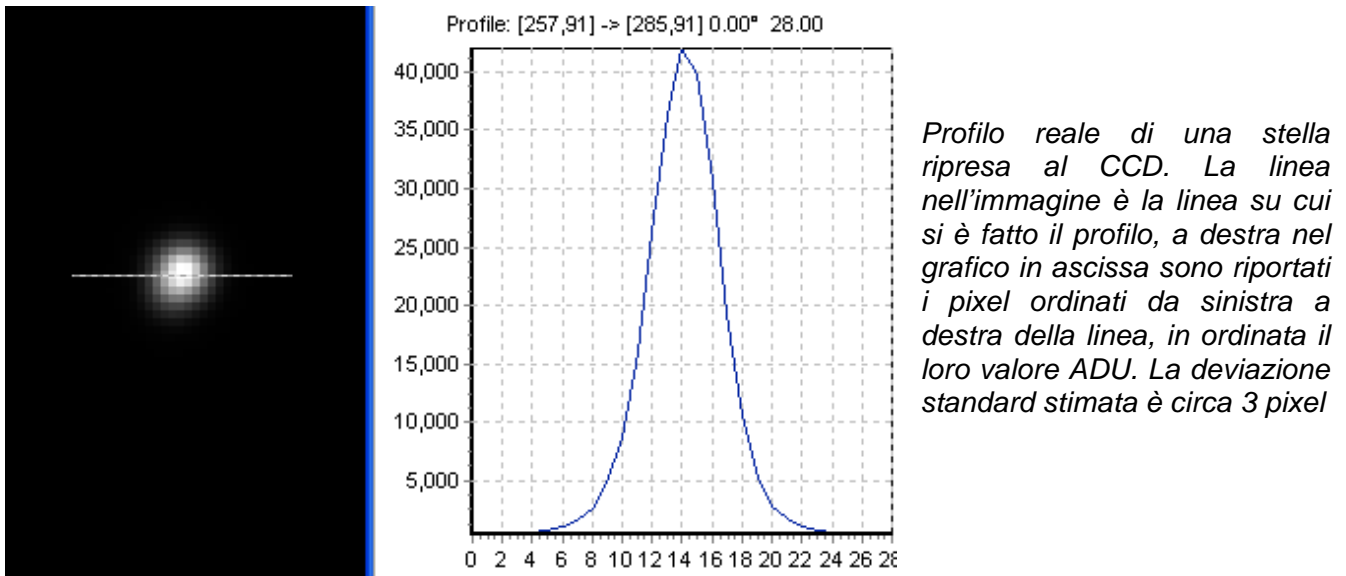


*Stessa immagine (tutti i pixel hanno i precedenti valori ADU) ma con una diversa funzione di trasferimento, ovvero sempre lineare ma con il bianco assoluto spostato a 2000 ADU. Il contrasto dell'immagine a monitor è aumentato perché ora lo stesso numero di livelli di grigio sono spalmati su un range molto più basso di valori ADU. Ora possiamo notare che il fondo cielo ha una certa media ADU, ma le stelle sembrano sature dato che il valore massimo raggiunto è circa 42000 ADU*

La scelta di una funzione di trasferimento va a incidere solo sulla visualizzazione a monitor e non modifica assolutamente nulla che riguarda le informazioni reali contenute nel file. Infatti nell'ultima immagine sembra che la maggior parte dei pixel delle stelle abbiano raggiunto la saturazione nella posa, in realtà è solo un effetto dovuto alla scelta della funzione che associa il bianco assoluto a tutti i pixel con più di 2000 ADU, mentre quei pixel arrivano a un massimo di 42000 ADU. La cosa fondamentale è non superare i 65535 ADU ovvero evitare la saturazione effettiva dei pixel, dato che è d'obbligo mantenere un segnale in uscita lineare con l'illuminamento incidente per ogni pixel della matrice.

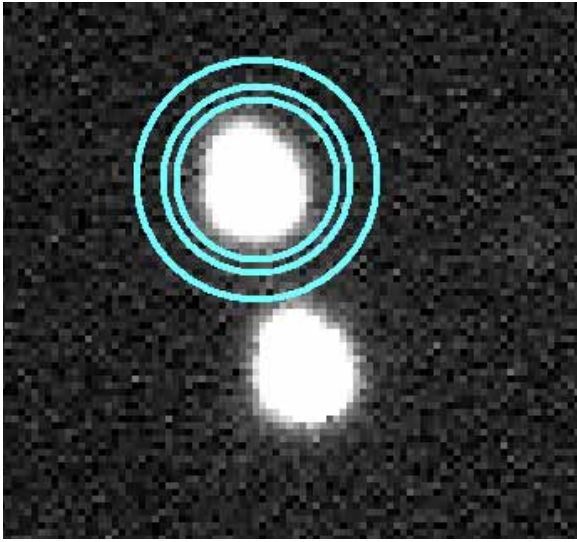
## MISURAZIONE DELL'ILLUMINAMENTO DELLE STELLE

Nei capitoli precedenti abbiamo visto come indipendentemente dall'apertura del telescopio, il profilo di luminosità di una stella ripresa con un'integrazione al CCD tenda a essere quello gaussiano con l'aumentare del tempo di integrazione. Come profilo di luminosità intendo i valori ADU dei pixel che stanno su una linea immaginaria che attraversa il centro dello spot luminoso corrispondente alla stella, come si può vedere nell'immagine.



Per misurare il flusso della stella in questione, dovremo sommare i valori ADU dei pixel all'interno di un cerchio centrato sul centro della gaussiana in 3D con un raggio opportunamente scelto. Questo deve essere grande abbastanza da contenere la maggior parte del flusso della stella da misurare, ma allo stesso tempo non troppo grande da andare a sovrapporsi ad altre gaussiane di altre stelle. Nelle varie pose fatte al campo di XO-2 il 6 febbraio abbiamo appositamente sfuocato leggermente l'immagine per aumentare la deviazione standard del profilo stellare, infatti questa in media si mantiene intorno ai 5.5 pixel. Lo scopo di questo singolare accorgimento principalmente è di spalmare il flusso della stella su una regione più vasta per allontanarci dal pericolo di saturazione, anche se questo comporta un lieve innalzamento dell'incidenza dell'errore di fondo.

I pixel che andiamo a sommare non contengono solo informazioni sulla stella, ma anche la variabile aleatoria del fondo. Nel caso delle riprese del 6 febbraio, la media di fondo è circa 530 ADU con una deviazione standard di 30 ADU (valori mediati sul tempo di transito). Il software che ho usato per la riduzione dati fortunatamente si preoccupa di analizzare in ogni frame la variabile fondo localmente, ovvero attorno a ogni stella utilizzata nella fotometria. Per fare questo dobbiamo settare da input 3 valori di raggi di cerchi concentrici centrati sulla gaussiana della stella, il loro significato è spiegato nell'immagine seguente



*Il cerchio più interno è quello dove avviene il conteggio degli ADU per calcolare il valore di illuminamento della stella, è quello che abbiamo spiegato prima. Il secondo cerchio serve a creare una regione di gap perché poi nella regione compresa tra il secondo e il terzo cerchio il software valuterà la variabile di fondo calcolandone la media. L'algoritmo di calcolo toglierà la media calcolata ad ogni pixel del primo cerchio, fornendoci il conteggio in ADU del flusso luminoso.*

Quello che abbiamo appena descritto è il funzionamento della cosiddetta **fotometria d'apertura**. Empiricamente per le caratteristiche del campo attorno a XO-2 si ricavano i migliori parametri per i tre raggi dei cerchi, il primo deve contenere buona parte dei dati sulla stella in esame e nulla su altre stelle, la regione tra il secondo e il terzo idealmente deve contenere solo la variabile di fondo. Nel nostro caso useremo raggi di 12, 14 e 18 pixel rispettivamente.

Procediamo ora al calcolo delle fluttuazioni dei conteggi dovute all'errore di fondo con questi tre valori dei raggi dei cerchi fotometrici. La deviazione standard per singolo pixel è 30 ADU, perciò nella media dei 452 pixel nel primo cerchio la deviazione standard della media dei pixel diventa 1.41 ADU. La deviazione standard della media dei 402 pixel tra il secondo e terzo cerchio risulta invece essere 1.50 ADU, che sommata in quadratura a quella precedente fa 2.06 ADU. Moltiplicato per il totale dei pixel del primo cerchio (ecco il motivo quindi del sottile aumento di rumore portato dalla sfuocatura dell'immagine) otteniamo 929 ADU che equivale quindi all'errore sulla misura di flusso luminoso (di qualsiasi oggetto) dovuto al fondo e lo terremo buono per tutta la durata del transito. In realtà la luminosità media del fondo cielo varia nel tempo del transito e varia perciò l'errore poissoniano dei conteggi del fondo cielo, contenuto in quello che abbiamo definito errore di fondo. La variazione (3 sui 929 ADU) è talmente minima da essere trascurabile, perciò consideriamo costante questa componente dell'errore fotometrico.

**Errore di fondo: 929 ADU, considerato costante in ogni posa e per ogni misurazione.**

La seconda componente dell'errore fotometrico che consideriamo è l'errore poissoniano dovuto ai conteggi del flusso luminoso della stella in esame. Questo innanzitutto varia da soggetto a soggetto perché le varie stelle che andremo a misurare hanno flussi diversi, ed è variabile anche da posa a posa. Ad esempio XO-2 nelle nostre immagini ha un flusso medio di circa 700000 ADU a cui corrisponde un errore poissoniano di 837 ADU. Altre due stelle che saranno utilizzate hanno flussi medi di 740000 e 1600000 ADU con errori rispettivamente di 860 e 1265 ADU. Questa componente dell'errore fotometrico può comunque essere valutata

caso per caso, ma abbiamo già avuto modo di valutare che è dello stesso ordine di grandezza dell'errore di fondo.

**Errore poissoniano sui conteggi: variabile in base ai conteggi, dello stesso ordine di grandezza dell'errore di fondo.**

La terza componente determinante per l'errore totale è la scintillazione atmosferica. In precedenza abbiamo visto la sua dipendenza da parametri come il diametro del telescopio, il tempo di integrazione e la massa d'aria, senza però esserci addentrati in un effettivo calcolo dell'errore di scintillazione sulla misura di flusso luminoso. In effetti questo sarebbe piuttosto complicato ed esula dagli scopi di questa tesi, ci limiteremo a valutare sperimentalmente l'errore fotometrico totale ottenuto e a valutare l'incidenza su questo della scintillazione rispetto alle altre fonti di errore che abbiamo trattato più in dettaglio.

Considerati trascurabili gli errori dovuti alla linearizzazione della curva di luce dopo la valutazione dei coefficienti  $k$  di estinzione atmosferica e trascurabili anche gli errori dovuti alla lieve velatura nuvolosa in certi momenti (grazie all'utilizzo della fotometria differenziale), possiamo sintetizzare l'errore fotometrico sul flusso di una singola stella nella seguente somma in quadratura:

**Errore fotometrico = errore di fondo + errore poissoniano + errore di scintillazione**

Nella curva di luce andremo a monitorare il rapporto tra il flusso di XO-2 e la somma dei flussi di tutte le stelle di riferimento utilizzate. Valutiamo quindi come sarà la barra d'errore associata ai punti sperimentali, la formula generale sarà:

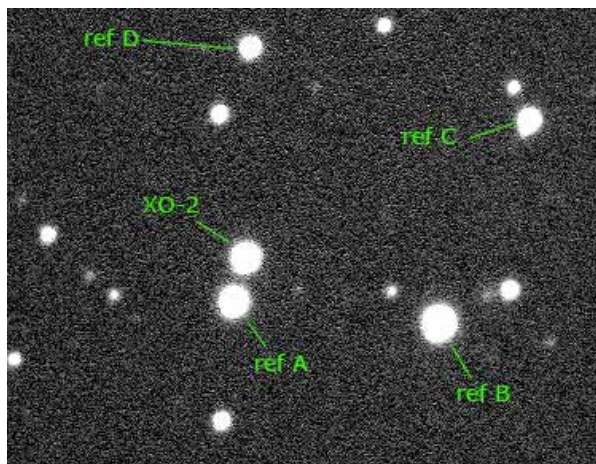
$$\text{Barra d'errore} = \frac{\Phi_x}{\sum_i \Phi_i} \left( \frac{\sigma_x}{\Phi_x} + \sqrt{\frac{\sum_i \sigma_i^2}{\sum_i \Phi_i}} \right)$$

Dove con  $\Phi_x$  intendo il flusso di XO-2, con  $\Phi_i$  il flusso della  $i$ -esima stella di riferimento,  $\sigma_x$  è l'errore fotometrico sul flusso di XO-2,  $\sigma_i$  quello sul flusso della  $i$ -esima stella di riferimento.

## CURVA DI LUCE SPERIMENTALE

Mostriamo nell'immagine la scelta delle stelle di riferimento nel campo ripreso. Nella tabella riporto i valori dei flussi medi di queste stelle (nel periodo in cui si trovano a massa d'aria unitaria) e la stima del valore  $k$  di estinzione atmosferica per ognuna di esse, la stima è stata fatta confrontando il flusso prima del transito (condizione di massa d'aria pari a 1.00) con il flusso a fine transito (condizione di massa d'aria pari a 1.31)

	Media flusso (ADU)	$k$ (unità 2R)
XO-2	751988	5.9
Ref A	781931	5.7
Ref B	1644140	4.3
Ref C	258798	5.4
Ref D	153583	4.0

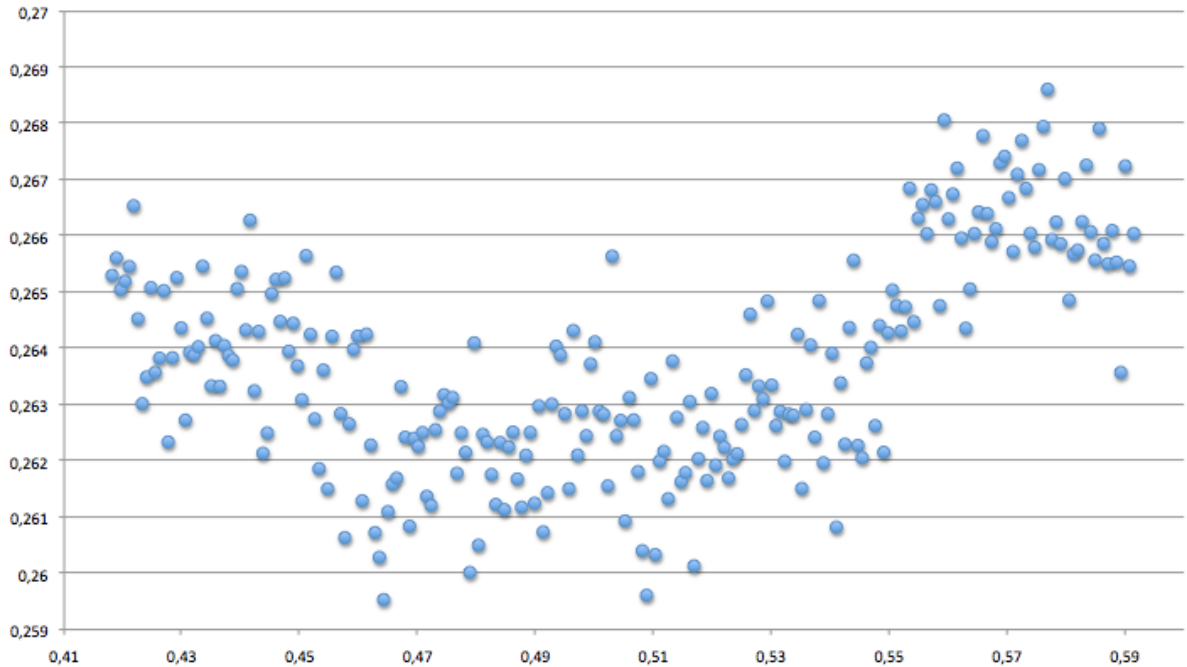


La curva di luce grezza è data dalla formula

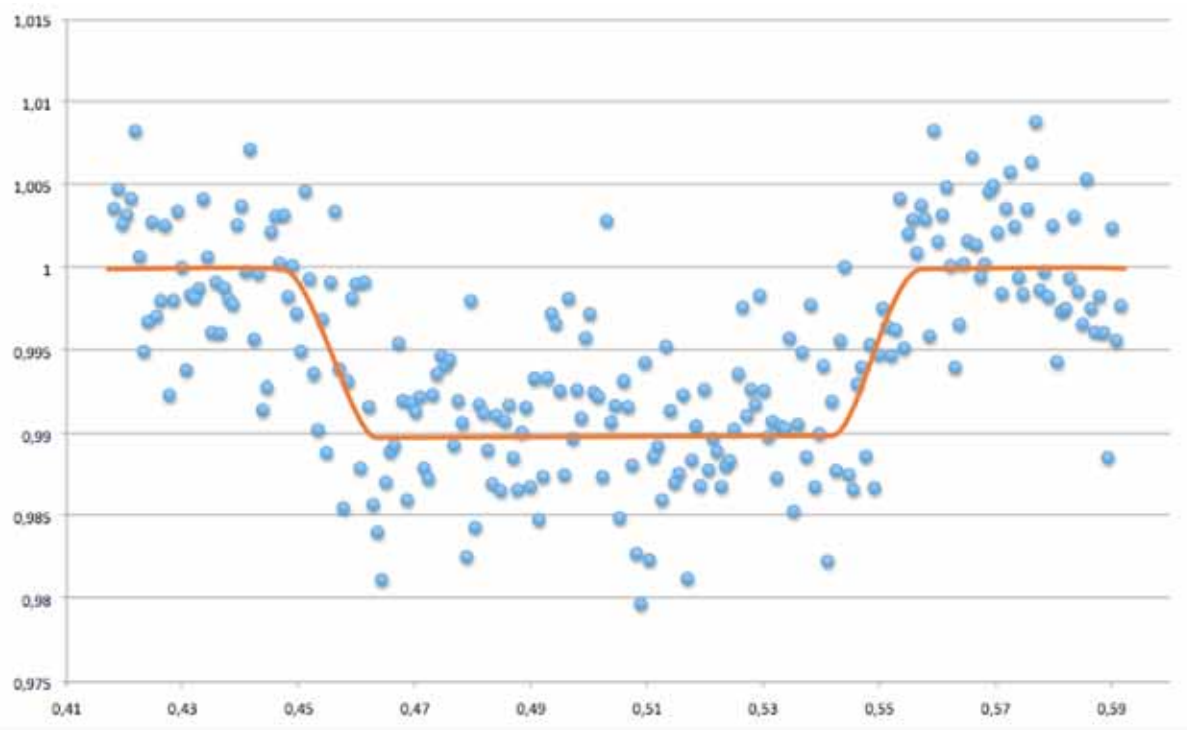
$$\frac{\Phi_{xo}(t)}{\sum_{ref} \Phi_{ref}(t)}$$

con ovvio significato dei simboli alla luce delle spiegazione sul procedimento della fotometria

La prima curva di luce rappresentata è grezza ovvero non ancora corretta per il fenomeno della diffusione atmosferica e mostra una salita nel tempo. La massa d'aria durante il tempo varia come già detto dall'unità iniziale a 1.31 di fine grafico, andando a guardare la tabella possiamo capire il motivo di questo andamento ovvero la stella di riferimento B. Questa è la più luminosa di tutte quelle prese in esame, quindi quella con il maggior peso, ed ha un valore di  $k$  sensibilmente più basso a XO-2 quindi il suo spettro è più spostato verso il blu. Con l'aumentare della massa d'aria l'estinzione agisce in modo più pronunciato su questa stella rispetto a XO-2 da cui l'andamento. Il modello dell'estinzione atmosferica ci permette di linearizzare la curva di luce che diventa, nella seconda immagine, adatta alla lettura dei parametri del pianeta.



*In ascissa c'è il tempo in frazione di giorno giuliano (il giorno giuliano era il 2454503), in ordinata l'illuminamento di XO-2 in unità arbitrarie*



*Stessa curva di luce dopo la linearizzazione e la normalizzazione all'illuminamento fuori transito. La linea arancione rappresenta quanto predetto dal modello fisico*

Innanzitutto chiamiamo u l'unità arbitraria di illuminamento usata nella curva di luce.

Situazione fuori dal transito:

media: 1.00000 u       $\sigma=0.00391$  u      punti sperimentali: 89       $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}=0.00041$  u

**illuminamento fuori transito: (1.00000 ± 0.00041) u (CL 68%)**

Situazione durante il transito:

media: 0.99060 u       $\sigma=0.00406$  u      punti sperimentali: 97       $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}=0.00041$  u

**illuminamento durante il transito: (0.99060 ± 0.00041) u (CL 68%)**

La stima risultante sul raggio del pianeta è:  $(6.50 \pm 0.35) 10^4$  km con CL 68%, da confrontare con il dato ufficiale<sup>[4]</sup> che è  $(6.73 \pm 0.21) 10^4$  km.

Per determinare il periodo orbitale, abbiamo ripetuto la fotometria circa 8 giorni dopo quando il pianeta aveva compiuto 3 rivoluzioni complete attorno alla sua stella, esattamente la differenza di tempo tra le fasi centrali dei transiti da noi stimata è  $7.845 \pm 0.028$  giorni, che produce una stima sul periodo di  $2.615 \pm 0.009$  giorni, da confrontare con il dato ufficiale<sup>[4]</sup> che è  $2.615838 \pm 0.000008$  giorni, in totale accordo.

L'ultimo parametro che possiamo ricavare è il semiasse maggiore, dalla formula

$$R^3 = \frac{GM_S T^2}{4\pi^2}$$

otteniamo  $R = (5.51 \pm 0.55) 10^6$  km. Il dato ufficiale<sup>[4]</sup> in questo caso è  $R = (5.52 \pm 0.3) 10^6$  km

Una considerazione ora sul peso delle componenti dell'errore fotometrico. La nostra trattazione ci permetterebbe di stimare facilmente l'errore fotometrico se questo fosse dovuto ai soli errore di fondo e errore poissoniano, in particolare considerando questi due fenomeni la deviazione standard in un tratto lineare della curva dovrebbe essere di circa 0.0007 u, mentre quella misurata effettivamente è circa 0.001 u, che quantifica il peso della scintillazione, ovvero la deviazione standard che avrebbe l'illuminamento per la sola scintillazione è proprio dello stesso ordine di grandezza delle altre due componenti, circa il doppio per la stella B e circa una volta e mezza per XO-2 e la stella A (in una situazione di massa d'aria unitaria, ovvero all'inizio della curva di luce)

## CONCLUSIONI

	Dati ufficiali <sup>[4]</sup> CL 100%	Stime dalla curva CL 68%
Raggio del pianeta ( $10^4$ km)	$6.73 \pm 0.21$	$6.50 \pm 0.35$
Periodo orbitale (giorni)	$2.615838 \pm 0.000008$	$2.615 \pm 0.009$
Semiasse maggiore ( $10^6$ km)	$5.52 \pm 0.3$	$5.51 \pm 0.05$

Come prima cosa vorrei far notare come in questo nuovo ramo dell'astronomia, con una strumentazione non professionale e senza particolari accorgimenti, si arrivi a un livello di precisione e accuratezza molto simile a quello professionale basato su numerose curve di luce e sull'utilizzo di strumenti ben più potenti. Non a caso il contributo dell'astronomia amatoriale è molto importante per la ricerca e la definizione dei parametri per i pianeti extrasolari.

Un commento breve sui dati del pianeta XO-2b. Il raggio è comparabile con quello di Giove e assieme all'informazioni sulla massa possiamo stabilire che XO-2b ha caratteristiche simili ai nostri giganti gassosi, ovvero pianeti molto grandi a bassa densità. Al contrario del nostro sistema solare, dove i giganti gassosi sono a distanze dell'ordine del miliardo di chilometri, XO-2b è vicinissimo alla sua stella, oltre 100 volte più vicino di quanto sia Giove dal Sole, addirittura molto più vicino di quanto non sia lo stesso Mercurio dal Sole. Questo fa sì che il periodo di rivoluzione sia di soli 2.6 giorni terrestri.

La maggior parte dei pianeti extrasolari finora scoperti con il metodo del transito hanno caratteristiche simili, ma non dobbiamo pensare che questo rispecchi i parametri dell'intera popolazione di pianeti della nostra galassia. Abbiamo già avuto modo di verificare che scoprire un pianeta extrasolare con lungo periodo sarebbe molto difficile perché vedremmo una variazione di flusso della stella soltanto a ogni passaggio del pianeta, il che vuol dire avere pochissime occasioni nell'unità di tempo. Nel caso invece di pianeti vicini ma piccoli come il nostro, il calo di flusso sarebbe bassissimo e non rilevabile.

Non ci resta altro che avere pazienza per lo sviluppo della tecnologia e restare informati sulle costanti nuove scoperte di questa nuova e affascinante frontiera della scienza.

## BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

- [1] American Astronomical Society 39 - XO-2b: A Transiting Hot Jupiter in a Metal-rich Common Proper Motion Binary
- [2] Sharpe, Stockman, Jagla, Jagle - A luminous efficiency function,  $V^*(\lambda)$ , for daylight adaptation <http://www.journalofvision.org/5/11/3/article.aspx>
- [3] Giacomo Torzo – Nozioni Fondamentali di Fotometria
- [4] <http://www.exoplanet.eu>
- [5] Tatarski – Wave Propagation in a turbulent Medium
- [6] <http://irsa.ipac.caltech.edu/>

<http://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/523087>

Rotondi, Pedroni, Pievatolo – Probabilità Statistica e Simulazione

<http://starizona.com/acb/ccd/advtheoryexp.aspx>

William Romanishin – Introduzione alla Fotometria Astronomica CCD

## RINGRAZIAMENTI

Per primi devo ringraziare sicuramente i miei genitori, perché se sono arrivato a scrivere questa tesi di laurea è anche grazie ai loro sacrifici nel corso degli anni. Ringrazio quindi loro e la mia famiglia in generale. Poi vorrei citare una persona molto speciale, perché chi mi conosce sa che sono una persona spesso con la testa fra le nuvole e se non ci fosse stata Marta Torti in questi anni a ricordarmi tutte le cose che dovevo fare non so come sarebbe andata a finire. Non la ringrazio solo per questo ma anche per essere una cara amica e ringrazio anche Rossella che, oltre a essere una persona con cui mi trovo molto bene, mi ha imposto uno studio serratissimo negli ultimi mesi, quindi in questo lavoro c'è anche un suo ampio contributo. Certo bisogna ringraziare anche tutti gli altri amici, compresi quelli del my little paradise! Ringrazio tutti quei professori che mi hanno dato una mano per lo sviluppo di una buona parte della tesi, che sono Galinetto il mio relatore, Boffi e Pasquini per l'aiuto indispensabile sulla radiazione di corpo nero, Bellani per il funzionamento del CCD, Piazzoli e svariati altri ancora. Anche se non ho inserito tutto il materiale raccolto nella mia tesi il loro aiuto è stato molto importante per la mia comprensione personale su queste problematiche. Cito anche Rodolfo Calanca che ha coordinato la ripresa di questo pianeta a livello nazionale e mi ha fornito alcuni dati utili come i momenti precisi dei transiti, cito anche Mauro Barbieri che con la sua grande esperienza in merito mi ha dato alcune dritte. Fondamentale per questo lavoro è stato anche l'Osservatorio di Mairago che gestisco nel gruppo astrofili M42, devo ringraziare appunto chi mi ha dato fiducia e in particolare Gianluca Manenti e Tiziano Ceccoli per avermi aiutato durante le molte ore di ripresa. Per ultimo, un ringraziamento a... Kimi Raikkonen per aver vinto in modo incredibile il mondiale F1 2007! E per rimanere in tema, diventare DOTTORE con una tesi da 46 pagine... non è stata certo una cosa casuale... speriamo che sia di buon auspicio!